

物 理 专 业

数学物理方法教学大纲

90 学时 (包括习题课)

一、课程的目的与任务

本课程为物理系物理专业所开设, 也可供应用物理专业参考。

本课程在高等数学 (一元和多元微积分、幂级数和 Fourier 级数、微分方程、场论、线性代数) 和普通物理 (力学、热学、电学) 的基础上, 以讲授古典数学物理中的常用方法为主, 适当介绍近年来的新发展, 为后继的基础课程和专业课程研究有关的数学物理问题作准备, 也为今后工作中遇到的数学物理问题的求解提供基础。

二、内容和参考学时

复数和复变函数	(2 学时)
复数及其运算规则 复数的几何表示 复数序列 复变函数 复变函数的极限和连续 无穷远点	
解析函数	(4 学时)
导数 解析函数 初等函数 多值函数 $\sqrt{z-a}$ 多值函数 $\ln(z-a)$ 解析函数的几何性质*	
复变积分	(4 学时)
复变积分 单连通区域的 Cauchy 定理 复连通区域的 Cauchy 定理 Cauchy 积分公式 解析函数的高阶导数公式	
无穷级数	(8 学时)
复数级数 函数级数 含参量的积分的解析性 幂级数 解析函数的 Taylor 展开 Taylor 级数求法举例 解析函数的 Laurent 展开 Laurent 级数求法举例 单值函数的孤立奇点	
二阶线性常微分方程的幂级数解法	(4 学时)
二阶线性常微分方程的常点和奇点 在方程常点邻域内的解 在方程正则奇点邻域内的解 Bessel 方程的解	
解析延拓	(1 学时)
解析函数的零点孤立性和解析函数的唯一性 解析延拓	
留数定理及其应用	(6 学时)
留数定理 有理三角函数的积分 无穷积分 含三角函数的无穷积分 实轴上上有奇点的情形 多值函数的积分 留数定理的其它应用*	
Γ函数	(3 学时)

Γ 函数的定义 Γ 函数的基本性质 Ψ 函数 B 函数	
Laplace 变换	(4 学时)
Laplace 变换 Laplace 变换的基本性质 Laplace 变换的反演 普遍反演公式	
数学物理方程和定解条件	(4 学时)
弦的横振动方程 杆的纵振动方程 热传导方程 稳定问题 边界条件与初始条件 内部界面上的连接条件 定解问题的适定性	
线性偏微分方程的通解	(4 学时)
线性偏微分方程的解的叠加性 常系数线性齐次偏微分方程的通解 常系数线性非齐次偏微分方程 特殊的变系数线性齐次偏微分方程 波动方程的行波解	
分离变量法	(4 学时)
两端固定弦的自由振动 矩形区域内的稳定问题 多于两个自变量的定解问题 两端固定弦的强迫振动 非齐次边界条件的齐次化	
正交曲面坐标系	(4 学时)
正交曲面坐标系 正交曲面坐标系中的 Laplace 算符* Laplace 算符的平移、转动和反射不变性 Helmholtz 方程在柱坐标系下的分离变数 Helmholtz 方程在球坐标系下的分离变数 圆形区域	
球函数	(7 学时)
Legendre 多项式 Legendre 多项式的微分表示 Legendre 多项式的正交完备性 Legendre 多项式的生成函数 Legendre 多项式的递推关系 连带 Legendre 函数和球面调和函数	
柱函数	(7 学时)
Bessel 函数的基本性质 Neumann 函数 Bessel 方程的本征值问题 含 Bessel 函数的积分 Hankel 函数 虚宗量 Bessel 函数 半奇数阶 Bessel 函数 球 Bessel 函数	
分离变数法总结	(4 学时)
内积空间和函数空间* 自伴算符的本征值问题 Sturm-Liouville 型方程的本征值问题 从 Sturm-Liouville 型方程本征值问题看分离变数法	
积分变换的应用	(2 学时)
Laplace 变换 Fourier 变换 小波变换的基本思想*	
非齐次方程与 Green 函数方法	(8 学时)
δ 函数 Green 函数的概念 常微分方程初值问题的 Green 函数 稳定问题 Green 函数的一般性质 三维无界空间 Helmholtz 方程的 Green 函数 圆内 Poisson 方程第一边值问题的 Green 函数 波动方程或热传导方程的 Green 函数	
变分法初步	(4 学时)
泛函的概念 泛函的极值 泛函的条件极值 微分方程定解问题和本征值问题的变分形式 Ritz 方法	
数值解法 *	(2 学时)

数值微商 二阶偏微分方程的有限差分法

结束语 (4 学时)

二阶线性偏微分方程的分类 数学物理方程的反问题* 非线性偏微分方程问题*

三、几点说明

1. 对于本大纲所列内容与学时分配建议, 教师可根据各校实际情况适当取舍调整。

2. 本课程包括复变函数和数学物理方程两部分。前者系统介绍解析函数的基本性质及其应用; 后者主要包括分离变量法和 Green 函数方法以及最常用的两类特殊函数。基本内容的学时应予以保证。

3. 在保证基本要求的基础上, 应适当介绍一些近年来发展起来的新内容、新方法, 如反问题、非线性问题和小波变换等。

4. 非线性偏微分方程问题可以 KdV 方程为例。

5. 建议安排 9 次习题课, 内容分别为: 解析函数和多值函数; 解析函数的幂级数展开; Γ 函数和 Laplace 变换; 留数定理及其应用; 常微分方程级数解法; 分离变量法; 球函数; 柱函数; Green 函数。