

扭摆的受迫振动实验

[教学目的]

1. 研究在简谐外力矩作用下，振幅 A 与驱动力频率 ω 的关系—幅频特性；
2. 研究驱动力矩与扭摆受迫振动之间的相位 ϕ 随驱动力矩频率 ω 的变化—相频特性；
3. 观察共振现象及不同阻尼情况下共振曲线的变化。

[教学内容]

1. 扭摆在受到周期性驱动力矩作用时做受迫振动。其运动方程为：

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + r \frac{d\theta}{dt} + c\theta = M_0 \cos \omega t,$$

根据扭摆的运动方程可知其稳态解为：

$$\theta = A \cos(\omega t + \varphi),$$

由此可见在稳态情况下，受迫振动的角频率与外加简谐力矩的角频率相同。

2. 实验中受迫振动的振幅 A 和相位 ϕ 是通过改变驱动力矩频率 ω 而得到的。

由角位移的振幅公式：

$$A = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

当固有频率 ω_0 阻尼常量 β 一定时，受迫振动的振幅 A 随驱动力矩频率 ω 变化即幅频特性（幅频曲线 $A-\omega$ ）。

由扭摆角位移 θ 相对于简谐外力矩的相位差公式：

$$\begin{cases} \varphi = \arctan\left(\frac{-2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right), & \omega \leq \omega_0 \\ \varphi = -\pi + \arctan\left(\frac{-2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right), & \omega > \omega_0 \end{cases}$$

当固有频率 ω_0 阻尼常量 β 一定时，相位 ϕ 随驱动力矩频率 ω 的变化即相频特性（相频曲线 $\phi-\omega$ ）。

3. 在驱动力矩和阻尼力矩均为零时，测定扭摆的固有频率 ω_0 。

4. 在外加驱动力矩为零时，测定阻尼常量 β ， $\beta = \frac{1}{nT} \ln \frac{A_i}{A_{i+n}}$ 。

若 n 较大 β 的测量结果可较准确。一般自然衰减 10 个周期。

[教学难点]

1. 为得到较好的共振曲线，先粗测共振峰，初步确定共振频率。
2. 实验中阻尼常量 β 的大小是通过改变磁铁 M_0 的位置实现的。要选择合适的阻尼常量 β ，使最大振幅在 120° 左右。
3. 测量点的选择是通过改变驱动力频率实现的。因此在选取 ω 时应在共振峰两边合理安排测量点。

[教学要求]

1. 认识和了解扭摆共振仪装置及其工作原理。
2. 观察共振现象, 测定幅频特性 ($A-\omega$ 曲线) 和相频特性 ($\phi-\omega$ 曲线), 并从 $A-\omega$ 图中求出共振频率 ω_r , 从 $\phi-\omega$ 图中求出固有频率 ω_0 。
3. 测定阻尼常量 β 。
4. 用公式 $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ 检验上述结果。
5. 改变系统的阻尼常量 β , 用实验的方法考察阻尼常量 β 与 A 和 ω 的关系。

[问题讨论]

1. 改变一次外加驱动力矩的频率 ω 后, 能否立即测量 $A(\omega)$?
2. 固有频率是在什么条件下进行测量的?