

量子力学期末试题 B

姓名

学号

题号	I	II	III	IV	V	习题	总分
成绩							

I. (35分) 回答下列问题:

- A. 写出电子在外电磁场 (φ, \underline{A}) 中的哈密顿量;
- B. 反常塞曼效应的特点, 引起的原因;
- C. 分别写出非简并态的一级、二级能量修正表达式;
- D. 若 $\sigma_{\pm} = \sigma_x \pm i\sigma_y$, 求 σ_{\pm}^2 ;
- E. 体系处于 $\psi(x,t)$ 态,
 - a. 几率密度 $\rho(x,t) = ?$;
 - b. 几率流密度 $j(x,t) = ?$;
 - c. 证明: $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}$ 。
- F. 处于位势 $\frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ 中的两个无相互作用的粒子, 试分别给出它们的基态、第一激发态和第二激发态的能量和简并度,
 - a) 非全同粒子;
 - b) 自旋为 $\frac{1}{2}$ 的全同粒子;
 - c) 自旋为 0 的全同粒子。

II. (14分) 用试探波函数

$$\psi(x) = e^{-|x|/a},$$

估计一维谐振子基态能量和波函数。

III. (16分) 设粒子在一维空间中运动, 其哈密顿量为 $\hat{\mathbf{H}}$, 它在 $\hat{\mathbf{H}}_0$ 表象中的表示为

$$(\hat{\mathbf{H}}) = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_0 & \Delta\mathbf{E} \\ \Delta\mathbf{E} & \mathbf{E}_0 \end{pmatrix},$$

A. 求 $\hat{\mathbf{H}}$ 的本征值和本征态;

B. 若 $t=0$ 时, 粒子处于 ϕ_1 , 它在 $\hat{\mathbf{H}}_0$ 表象中的表示为 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 。试求出

$t > 0$ 时的粒子波函数;

C. 绘出粒子在 ϕ_1 态的几率随 t 的变化 (以 $\eta/\Delta\mathbf{E}$ 为单位)。

IV. (15分) $t=0$ 时, 氢原子处于基态 $\Psi_{100} = R_{10}(r)/\sqrt{4\pi}$, 后置于电场 $\underline{\mathbf{E}} = (E_0 e^{-t/\tau}, 0, 0)$ 中。求 $t \rightarrow \infty$ 时, 发现氢原子处于激发态 $\Psi_{211} = R_{21}(r)Y_{11}(\theta, \varphi)$ 的跃迁几率 (一级近似下) (径向矩阵元不必具体计算出来; 不计及电子的自旋)。

(提示: $\underline{\mathbf{r}} = (r\sqrt{\frac{2\pi}{3}}(Y_{1-1} - Y_{11}), ir\sqrt{\frac{2\pi}{3}}(Y_{1-1} + Y_{11}), r\sqrt{\frac{4\pi}{3}}Y_{10})$)

V. (10分) 两个电子处于自旋单态, $\underline{\sigma}_1$ 和 $\underline{\sigma}_2$ 分别表示两个电子的 Pauli 算符。设 $\underline{\mathbf{a}}$ 和 $\underline{\mathbf{b}}$ 为空间任意给定的两个方向的单位矢量, 求关联系数 $C(\underline{\mathbf{a}}, \underline{\mathbf{b}})$, 即 $(\underline{\mathbf{a}} \cdot \underline{\sigma}_1)(\underline{\mathbf{b}} \cdot \underline{\sigma}_2)$ 的平均值。