

# 2006 级物理学院等力学期末考试

学号：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 院系：\_\_\_\_\_

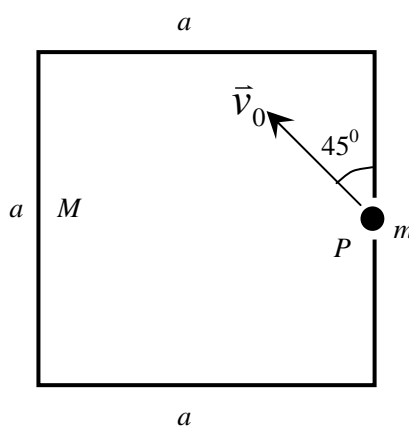
试卷总分：100 分

答卷时间：2 小时

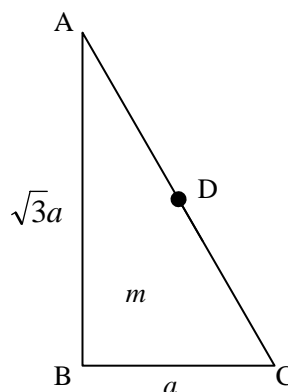
| 题号 | 一    | 二     | 三  |    |    |    | 总分 |
|----|------|-------|----|----|----|----|----|
|    | 1-10 | 11-14 | 15 | 16 | 17 | 18 |    |
| 得分 |      |       |    |    |    |    |    |

## 一、 填空（每空 2 分，共 40 分）

- 1、各边长为  $a$ 、质量为  $M$  的匀质刚性正方形细框架，开始时静止在光滑水平大桌面上，框架右侧边中央有一小孔  $P$ ，桌面上另有一个质量为  $m$  的小球以初速  $\vec{v}_0$  从小孔  $P$  外射入。设  $\vec{v}_0$  的方向如图所示，小球与框架碰撞无摩擦且为弹性。小球在框架内经过时间  $t = \underline{\hspace{2cm}}$ ，又从小孔  $P$  射出，过程中{框架，小球}系统的质心  $C$  通过的位移量  $\vec{s}_C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



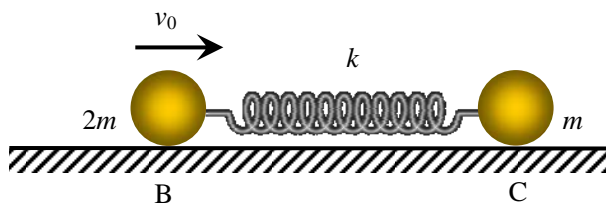
- 2、质量  $m$ 、直角边长分别为  $a$ 、 $\sqrt{3}a$  的匀质直角三角板  $ABC$ ，如图所示，其中  $D$  为斜边  $AC$  的中点。分别设置过  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  点且与板面垂直的四个转轴，三角板相应的转动惯量分别记为  $I_A$ 、 $I_B$ 、 $I_C$ 、 $I_D$ ，则  $I_D = \underline{\hspace{2cm}}$ 。余下的  $I_A$ 、 $I_B$ 、 $I_C$  中最小者为  $\underline{\hspace{2cm}}$ （填  $I_A$ 、 $I_B$  或  $I_C$ ）。



- 3、粘滞系数为  $\eta$ ，流速为  $v$  的流体， $\eta$  越大，其雷诺数越  $\underline{\hspace{2cm}}$ ； $v$  越大，其雷诺数越  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 4、密度记为  $\rho$  的小雨珠可近似成半径为  $r$  的球体，在空气中下落时略去空气浮力，所受空气粘性阻力(空气粘度记为  $\eta$ )可按斯托克斯公式  $\underline{\hspace{2cm}}$  计

算，则雨珠下落的终极速度  $v_e =$  \_\_\_\_\_。

- 5、在光滑的水平地面上，质量分别为  $2m$  和  $m$  的小球 B 和 C 间用一根劲度系数为  $k$  的均匀轻长弹簧连接，开始时 B、C 静止，弹簧处于自由长度状态。



如图所示，使 B 具有朝着

C 的初速度  $v_0$ ，在 {B、C、弹簧} 系统质心系中，B、C 都将相对质心作简谐振动，振动角频率  $\omega =$  \_\_\_\_\_；B 相对质心振动的振幅  $A =$  \_\_\_\_\_。

- 6、阻尼振动的微分方程为  $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ ，形成低阻尼振动的条件是

是 \_\_\_\_\_，对应的通解为  $x =$  \_\_\_\_\_，其中  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ 。

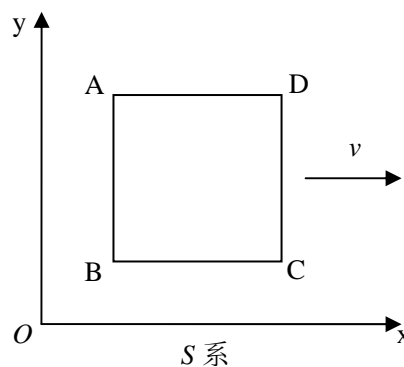
- 7、同频率、同振动方向、振幅同为  $A$ 、波长同为  $\lambda$  的两列行波，相向传播时可形成驻波。驻波波腹处振动的振幅为 \_\_\_\_\_，波腹与其相邻的波节之间的距离为 \_\_\_\_\_。

- 8、设波源 S 在介质中的运动速度为  $v_s$ ，波在介质中的传播速度为  $u$ 。

如果  $u > v_s$ ，在 S 正前方一个相对介质静止的观察者接收到的波的振动频率  $\nu$  与波源 S 振动频率  $\nu_0$  之间的关系为  $\nu =$  \_\_\_\_\_。

如果  $u < v_s$ ，波源的运动会在介质中激起圆锥面形的冲击波，锥面半顶角（即马赫角） $\theta$  满足关系式 \_\_\_\_\_。

- 9、如图所示，各边静长为  $L$  的正方形面板 ABCD，在惯性系 S 的  $xy$  坐标面上以匀速度  $v$  沿  $x$  轴运动。运动过程中 AB 边和 BC 边各点均朝  $x$  轴连续发光，在 S 系中各点发光方向均与  $y$  轴平行。这些光在  $x$  轴上照亮出一条随着面板运动的轨迹线段，它的长度  $l =$  \_\_\_\_\_  $L$ 。若改取 AB 边静长为  $L'$ ，BC 边静长仍为  $L$  的长方形面板，当  $v=0.6c$  时， $x$  轴上运动的轨迹线段长度恰好等于  $L$ ，那么必有  $L' =$  \_\_\_\_\_  $L$ 。



- 10、静质量为  $m_0$  的物体密度为常量  $\rho_0$ ，当平动加速到其动能为静能的  $n$  倍时，速度  $v =$  \_\_\_\_\_  $c$ ，它的密度  $\rho =$  \_\_\_\_\_  $\rho_0$ 。

二、 简答（每题 5 分，共 20 分）

11、写出质点系在其质心参考系中相对任一参考点  $O$  的角动量定理，并简述导出过程。

12、写出复摆能量守恒方程，导出复摆摆动的动力学微分方程，给出小角度复摆的摆动周期公式。

13、弹性介质中纵波的运动方程设为

$$\xi = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{u} \right) \right], \quad u = \sqrt{E/\rho}, \quad E: \text{介质杨氏模量}, \quad \rho: \text{介质密度}$$

据此导出波的能量密度表达式。

14、由  $dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$ ， $\vec{F} = d(m\vec{u})/dt$  和  $m = m_0 / \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$ ，导出质点的相对论

动能定理，其中  $dW = dE_k$ ， $E_k = mc^2 - m_0c^2$

三、 计算(每题 10 分, 共 40 分)

15、质点同时参与的三个同方向、同频率简谐振动分别为

$$x_1 = A_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{4}), x_2 = \sqrt{\frac{3}{2}} A_0 \cos \omega t, x_3 = \sqrt{\frac{3}{2}} A_0 \sin \omega t$$

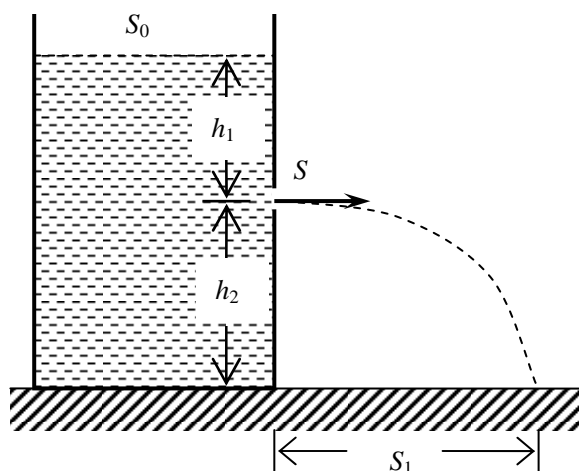
试用简谐振动的矢量图示方法, 确定质点的合振动。

16、水平地面上一个截面积为  $S_0$  的敞口桶内盛有高  $h_1+h_2$  的水, 桶的侧面有一个截面积  $S = 0.01S_0$  的小孔, 孔与水面相距  $h_1$ , 如图所示。

(1) 试求从小孔开始出水到小孔停止出水所经时间  $t$ ;

(2) 小孔刚射出的水, 落地时的水平射程记为  $S_1$ , 如果将小孔改取在原水面下方  $h_2$  处, 对应的初始水平射程记为  $S_2$ ,

试求  $\Delta S = S_2 - S_1$ 。



17、系统的俯视图与侧视图如图 1、图 2 所示，若能处于图 2 所示稳定的匀加速纯滚动状态，在  $M = 2m$  的条件下，试求缠绕在圆柱体上的轻绳与水平导轨间的夹角  $\theta$ 。

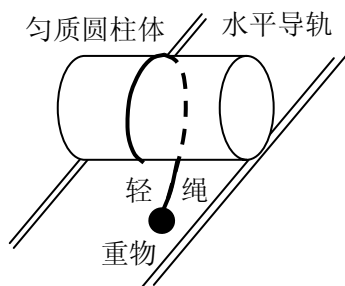


图 1

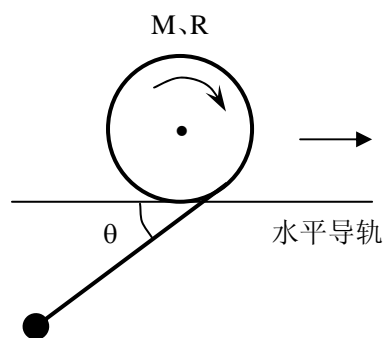


图 2

18 惯性系  $S$  中有两个静质量同为  $m_0$  的质点 A、B，它们的速度分别沿  $x$ 、 $y$  方向，速度大小分别为  $0.6c$ 、 $0.8c$ 。某时刻质点 A 位于  $xy$  平面上的  $P$  处，质点 B 也在  $xy$  平面上，如图所示。

- (1)  $S$  系认定再过  $\Delta t = 5s$ ，A 和 B 会相碰，试问 A 认为还需经多长时间  $\Delta t_A$  与 B 相碰？
- (2) A 认为自己位于  $S$  系  $P$  处时，质点 B 与其相距  $l$ ，试求  $l$ ；
- (3) 设 A、B 相碰后粘连，且无任何形式能量耗散，试在  $S$  系中计算粘连体的静质量  $M_0$ 。

