# §9.7 核反应的三阶段描述和核反应机制

## 1. 核反应过程的描述

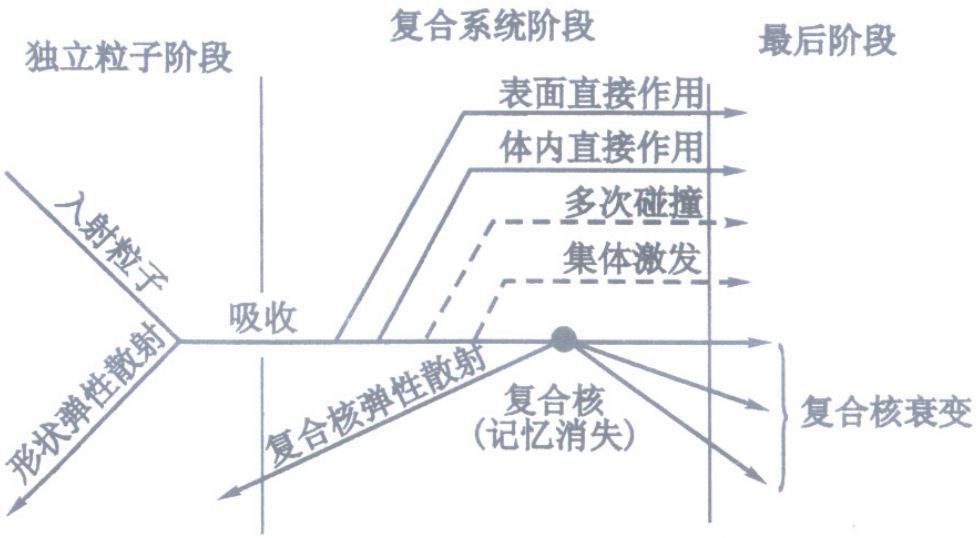



图 9-15　核反应过程的三阶段描述

$$\sigma_t = \sigma_{pot} + \sigma_a$$

$$\sigma_a = \sigma_{CN} + \sigma_D$$

$$\sigma_{CN} = \sigma_{res} + \sigma_{decay}$$

$$\sigma_{sc} = \sigma_{pot} + \sigma_{res}$$

$$\sigma_t = \sigma_{sc} + \sigma_r$$

$$= \sigma_{pot} + \sigma_{res} + \sigma_r$$

$$= \sigma_{pot} + \sigma_{res} + \sigma_{decay} + \sigma_D$$

$$\sigma_a = \sigma_{res} + \sigma_r$$

## 2. 两种主要核反应机制： 直接反应和融合反应

## 3. 各种截面之间的关系

# §9.8 光学模型

## 1．光学模型的基本思想

光学模型认为，原子核好比一个半透明的玻璃球，入射粒子与靶核的作用如同光波射在玻璃球上，一部分透射或反射，一部分被吸收。透射或反射的光波相当于粒子被散射。被吸收的光波相当于粒子进入靶核，引起核反应。光学模型的理论处理是：对于入射粒子与靶核的作用引入一个复数势阱，把它代入薛定谔方程中求解，然后可以计算出散射截面和吸收截面。光学模型是其他模型的基础。

## 2．光学模型对截面的计算

标准程序，分段分波计算，得出相移因子。

$$\psi(\mathbf{r})=\frac{u_1(r)}{r}Y_{\mathrm{lm}}(\theta,\varphi)\qquad[\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}+\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}+V(r)]\ u_l(r)=Eu_l(r)$$

已经作了大量有关光学模型的理论和实验工作，伍兹-萨克森势阱比较好：

$$V(r)=\frac{-(V+iW)}{1+\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$

加表面势，轨道自旋耦合势等

***a***是核表面厚度参量，称为弥散度；***R***是道半径，即入射粒子半径与靶核半径之和：

$$R=r_0\left(A_{\mathrm{I}}^{1/3}+A_{\mathrm{T}}^{1/3}\right)$$

***V***，***W***，***a***，$r_0$等光学模型参量由实验确定。

由光学模型可以计算出各个角动量分波的相移 $\eta_l$，从而得到各种截面。

光学模型参数较多，比较容易得到对实验数据的较好的描述，了解反应过程的大致性质。但只是确定有效相互作用势，不能了解反应的具体过程和机制。

# §9.9 复合核模型

## 1. 复合核模型

$$A + a \rightarrow C \rightarrow B + b$$

特征：形成平衡的中间体系

形成与衰变过程相互独立

复合核的形成与衰变是两个相互独立的过程，

$$\sigma_{ab} = \sigma_{CN}(E_a) W_b(E^*)$$

$$E^* = \frac{m_A}{m_a + m_A} E_a + B_{aA}$$

复合核的寿命一般都比较长，可以长达$10^{-15}$s。这比粒子直接穿过原子核的时间$10^{-20}$～$10^{-22}$s（原子核的线度/粒子速度）要大好几个数量级。

复合核的衰变方式一般不只一种，通常可以蒸发中子、质子、$\alpha$粒子或发射$\gamma$光子等。各种衰变方式各具有一定的概率。例如，能量为2MeV的氘与$^{39}$K作用可以引起下列反应：

$$\sigma_{ab} = \frac{dN_b}{I_a N_s} = \frac{dN_{CN}}{I_a N_s} \frac{dN_b}{dN_{CN}} = \sigma_{CN} W_b$$

$W_b$无量纲

$$^{39}\mathrm{K}+\mathrm{d}\rightarrow{}^{41}\mathrm{Ca}^{*}\rightarrow\begin{cases}^{39}\mathrm{K}+\mathrm{d}\\ ^{41}\mathrm{Ca}+\gamma\\ ^{40}\mathrm{K}+\mathrm{p}\\ ^{40}\mathrm{Ca}+\mathrm{n}\\ ^{37}\mathrm{Ar}+\alpha\\ ^{38}\mathrm{Ar}+{}^{3}\mathrm{He}\end{cases}$$

**2．独立假设的实验证明**

**3．核反应的共振**

**（1）核反应的共振现象**

实验测得的激发曲线$\sigma$（$E$），当入射粒子能量$E$为某些数值时，曲线呈现出一些尖锐的峰。这种现象称为核反应的共振。

原因：复合核的能级结构。当入射粒子的相对运动动能加上入射粒子和靶核的结合能$B_{aA}$正好等于复合核的一个能级的能量时，入射粒子就会被强烈吸收、于是形成复合核的截面特别大，从而整个反应截面也就特别大。

$$^{27}\mathrm{Al} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{28}\mathrm{Al}^{*} \rightarrow {}^{27}\mathrm{Al} + \mathrm{n}$$

$$B_{\mathrm{aA}} = \left[M\left(^{27}\mathrm{Al}\right) + m_{\mathrm{n}} - M\left(^{28}\mathrm{Al}\right)\right] \times 931.5 \ \mathrm{MeV}$$
$$= \left[26.981539 + 1.008665 - 27.981905\right] \times 931.5 \ \mathrm{MeV}$$
$$= 7.731 \ \mathrm{MeV}$$

$$E^{*}_{40} = \frac{m_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{a}} + m_{\mathrm{A}}} E + B_{\mathrm{aA}}$$
$$= \frac{27}{1+27} \times 0.040 + 7.731$$
$$= 7.770(\mathrm{MeV})$$

$$E^{*}_{95} = 7.823 \ \mathrm{MeV}$$
$$E^{*}_{145} = 7.871 \ \mathrm{MeV}$$
$$E^{*}_{155} = 7.880 \ \mathrm{MeV}$$
$$E^{*}_{210} = 7.934 \ \mathrm{MeV}$$
$$E^{*}_{290} = 8.011 \ \mathrm{MeV}$$
$$E^{*}_{315} = 8.035 \ \mathrm{MeV}$$
$$E^{*}_{370} = 8.088 \ \mathrm{MeV}$$

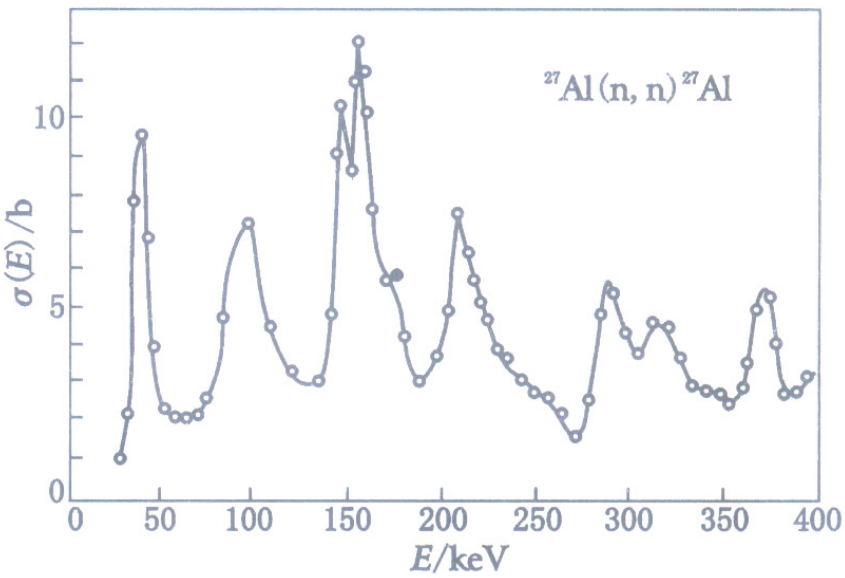



图 9-21 $^{27}\mathrm{Al}(\mathrm{n},\mathrm{n})^{27}\mathrm{Al}$ 的激发曲线

## （2）非束缚能级的寿命和宽度

通过核反应形成的复合核的能级都较高，通常超过核子的分离能，这种能级称为非束缚能级，也有人称为虚能级。低于核子分离能的能级称为束缚能级。

复合核可以通过各种方式进行衰变，或说非束缚能级可以通过各种方式进行退激发。每种方式都有一定的概率。设$W_1$，$W_2$，$W_3$，…分别表示单位时间内各种衰变方式的概率，则单位时间的复合核衰变的总概率$W$为

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots$$

$$\tau = \frac{1}{W}$$

$W \sim \lambda$　单位$\mathrm{s}^{-1}$

$$\Gamma\tau = \hbar$$

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar W$$
$$= \hbar(W_1 + W_2 + W_3 + \cdots)$$
$$= \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \cdots$$

由于非束缚能级一般可以通过放射$\gamma$光子，中子，质子和$\alpha$粒子等方式进行退激。因此非束缚能级的总宽度$\Gamma$一般可以表示为

$$\Gamma = \Gamma_\gamma + \Gamma_{\mathrm{n}} + \Gamma_{\mathrm{p}} + \Gamma_\alpha + \cdots$$

$\Gamma_\gamma$，$\Gamma_{\mathrm{n}}$，$\Gamma_{\mathrm{p}}$和$\Gamma_\alpha$分别表示$\gamma$辐射宽度、中子宽度、质子宽度和$\alpha$粒子宽度

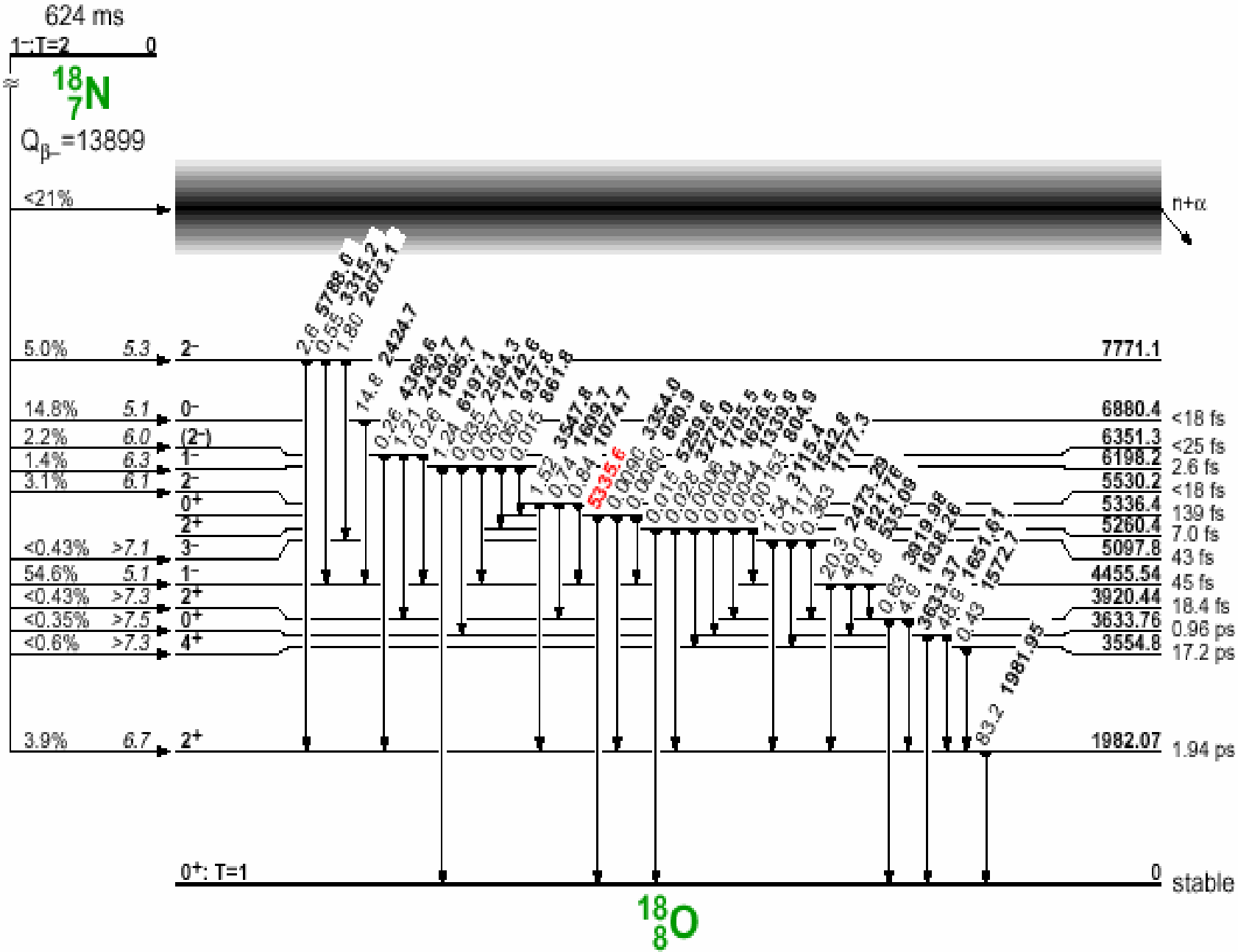
$$\sigma_{\mathrm{ab}} = \sigma_{\mathrm{CN}} \frac{\Gamma_{\mathrm{b}}}{\Gamma}$$

**（3）布莱特-维格纳（Breit-Wigner）公式**

在共振能量附近，S波

$$\sigma_{\mathrm{sc},0} \approx \pi\lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_{\mathrm{a}}^2}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

$$\sigma_{\mathrm{r},0} = \pi\lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_{\mathrm{a}}\Gamma_{\mathrm{r}}}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$



624 ms
1−;T=2
0
18 7 N
Qβ−=13899
<21%
n+α
5.0% 5.3 2−
14.8% 5.1 0−
2.2% 6.0 (2−)
1.4% 6.3 1−
3.1% 6.1 2−
0+
2+
<0.43% >7.1 3−
54.6% 5.1 1−
<0.43% >7.3 2+
<0.35% >7.5 0+
<0.6% >7.3 4+
3.9% 6.7 2+
7771.1
6880.4 <18 fs
6351.3 <25 fs
6198.2 2.6 fs
5530.2 <18 fs
5336.4 139 fs
5260.4 7.0 fs
5097.8 43 fs
4455.54 45 fs
3920.44 18.4 fs
3633.76 0.96 ps
3554.8 17.2 ps
1982.07 1.94 ps
0+: T=1
0 stable
18 8 O

$$\sigma_{ab} = \sigma_{r,0}\frac{\Gamma_b}{\Gamma_r} \qquad \sigma_{ab} = \pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\Gamma_a\Gamma_b}{(E'-E_0)^2+(\Gamma/2)^2}$$

几点讨论：

（i）当$E'=E_0$时，截面最大，此时发生共振。共振时的截面$\sigma_0$为

$$\sigma_0 = 4\pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\Gamma_a\Gamma_b}{\Gamma^2}$$

如果$\Gamma$不很大，在此能量范围内，$\Gamma_a$，$\Gamma_b$可以近似地认为不变，则当

$E' = E_0 \pm \frac{\Gamma}{2}$ 时， $\sigma_{ab} = \frac{1}{2}\sigma_0$ 。

所以，$\Gamma$为共振曲线的半高宽

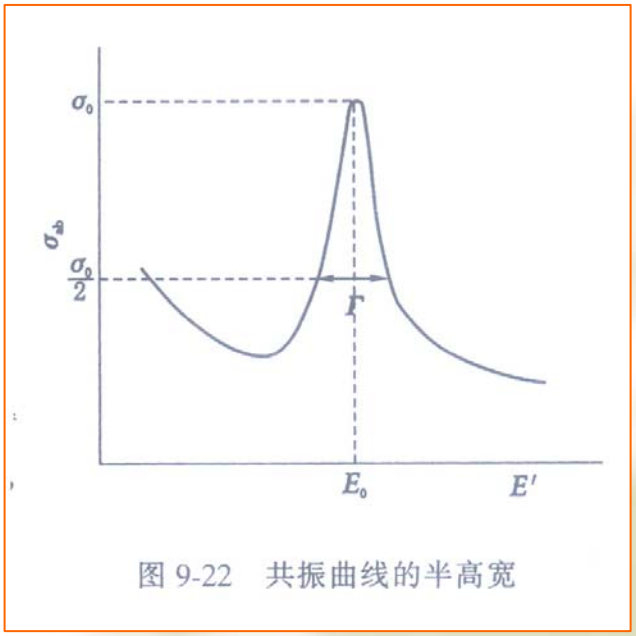


图 9-22　共振曲线的半高宽

激发曲线共振峰的半高宽完全由复合核的形成截面$\sigma_{CN}$决定，与复合核的衰变方式无关，后者只影响反应截面的大小。

（ii）B-W公式可以写作两部分的乘积

$$\sigma_{ab} = \left[\pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\Gamma_a\Gamma}{(E'-E_0)^2+(\Gamma/2)^2}\right]\times\left[\frac{\Gamma_b}{\Gamma}\right]$$

所以

$$\sigma_{CN} = \pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\Gamma_a\Gamma}{(E'-E_0)^2+(\Gamma/2)^2}$$

当入射粒子的轨道角动量$l\neq 0$时，B-W公式的右边均应乘上因子（$2l+1$）。另外，根据角动量守恒的要求，还必须考虑反应前后自旋态的统计权重。设入射粒子、靶核和复合核的自旋分别为$I_a$，$I_A$和$I_c$，则始态有（$2I_a+1$）（$2I_A+1$）（$2l+1$）种可能，末态有种（$2I_c+1$）可能。所以统计因子为

$$g(I_c) = \frac{2I_c+1}{(2I_a+1)(2I_A+1)(2l+1)}$$

$$\sigma_l(a,b) = \frac{2I_c+1}{(2I_a+1)(2I_A+1)}\pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\Gamma_a\Gamma_b}{(E'-E_0)^2+(\Gamma/2)^2}$$

## 4．连续区理论

当入射粒子能量增大时，复合核处于较高的激发态，能级宽度加大，间距缩小，以致相互重叠，连成一片，这一能量范围通常叫做连续区。连续区一般是指入射粒子能量大约1到30MeV的能区。在连续区内，激发曲线不具有尖锐的共振峰，而呈现出比较平滑的变化。

黑核模型认为入射粒子与靶核作用时，一部分在靶核表面上被散射，另一部分进入靶核形成复合核。不管入射粒子具有什么样的能量，都能被靶核强烈吸收，这好象光学中的黑体能强烈吸收各种能量的光子一样，这是黑核模型名称的由来。

黑核模型是在复合核模型的基础上发展起来的，它与复合核模型一样，都是强吸收模型。它认为，入射粒子被原子核吸收后，立即把自己的能量交给原子核，很快丧失掉独立性，与靶核融合在一起而形成复会核，然后复合核进行衰变。不过，黑核模型认为开道数目很大，因此再通过入射道衰变的概率可以忽略，于是复合核的形成截面就是反应截面：$\sigma_{CN}=\sigma_r$。

## （2）中子反应的连续区理论

$$\sigma_{\mathrm{CN}} = ST$$

$$S = \sum_{l=0}^{l_{\mathrm{m}}} S_l = \sum_{l=0}^{R/\lambda\!\!\!^{-}} \pi\lambda\!\!\!^{-} 2(2l+1) = \pi\left(R+\lambda\!\!\!^{-}\right)^2$$

$$T_l = 1 - \left|\eta_l\right|^2$$

直角势井

$$\eta_l = \frac{K-k}{K+k} e^{-2ikR}$$

$$K \approx \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu\left(E'+V_0\right)}$$

$$k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu E'}$$

$$T_l = 1 - \left|\eta_l\right|^2 = \frac{4kK}{(k+K)^2}$$

$$\sigma_{\mathrm{CN}} = \pi(R+\lambda)^2 T \quad T = \frac{4kK}{(k+K)^2}$$

$$K = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu(E'+V_0)}, \quad k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu E'}$$

中子能量很低时，因$k \ll K$，$\lambda \gg R$，

$$\sigma_a(n) \approx \frac{4\pi}{kK} \approx \frac{4\pi}{kK_0} \propto \frac{1}{\upsilon}$$

中子能量很高时，$k$趋近于$K$，同时 $\lambda \ll R$，

$$\sigma_a(n) \approx \pi R^2$$

（3）带电粒子的反应截面

$$\sigma_R = \begin{cases} \pi R^2 \left[1 - \dfrac{V(R)}{E'}\right] & E' > V(R) \\ 0 & E' < V(R) \end{cases}$$

## 5. 高激发复合核的衰变

### （1）能级密度

对于原子核的高激发能级，通常用能级密度来描述。能级密度$\rho$（$E^*$）是指单位能量间隔的能级数目。根据理论和实验的考虑，能级密度与激发能$E^*$之间一般有下面的近似关系：

$$\rho(E^*) = ce^{2\sqrt{aE^*}}$$

式中$c$和$a$是可调参量。如果$\rho$的单位是$MeV^{-1}$，$E^*$的单位是MeV，则$c$和$a$的单位均为$MeV^{-1}$。

### （2）蒸发模型

#### （i）出射粒子的能谱

当复合核的激发能足够高时，衰变后的剩余核可以处于各种激发态，因此出射粒子也相应地具有各种能量。此时，A（a，b）B反应可表示成

$$A + a \rightarrow C \rightarrow \begin{cases} B_0 + b_0 \\ B_1^* + b_1 \\ B_2^* + b_2 \\ \cdots \\ B_n^* + b_n \\ \cdots \end{cases}$$

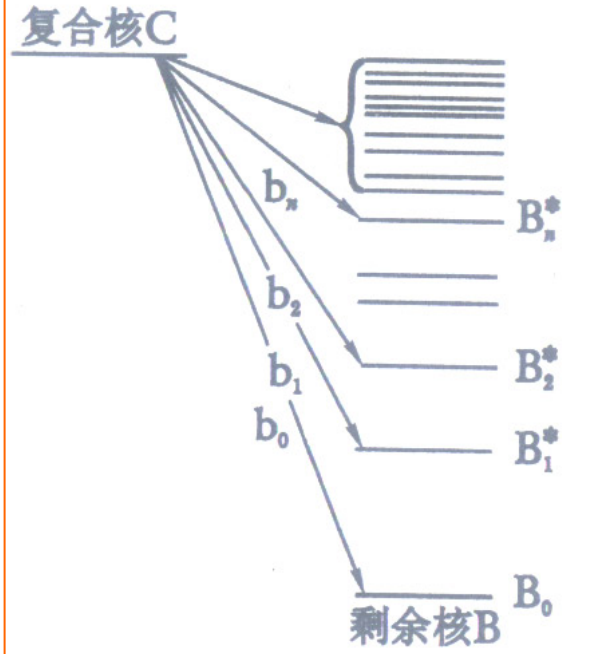



图 9-27　复合核蒸发中子

令$n$（$E_n$）d$E$是中子能量在$E_n \rightarrow E_n +$ d$E_n$之间的相对数目，$E_0$是中子的最大动能，于是剩余核的激发能$E^* = E_0 - E_n$

$$n(E_n)\mathrm{d}E_n \propto \Gamma_n(E_n)\rho(E^*)\mathrm{d}E^*$$
$$\propto \Gamma_n(E_n)\rho(E_0 - E_n)\mathrm{d}E_n$$

$$\sigma_{ab} = \sigma_{CN}(\alpha)\frac{\Gamma_b}{\Gamma} \qquad \sigma_{ba} = \sigma_{CN}(\beta)\frac{\Gamma_a}{\Gamma}$$

利用细致平衡原理

$$\frac{\sigma_{CN}(\alpha)\,\Gamma_b}{\sigma_{CN}(\beta)\,\Gamma_a} = \frac{p_b^2(2I_b+1)(2I_B+1)}{p_a^2(2I_a+1)(2I_A+1)}$$

$$\frac{\Gamma_a}{p_a^2(2I_a+1)(2I_A+1)\sigma_{CN}(\alpha)} = \frac{\Gamma_b}{p_b^2(2I_b+1)(2I_B+1)\sigma_{CN}(\beta)} = 常量$$

$$\Gamma_b \propto \sigma_{CN}(\beta)p_b^2 \propto E_b\sigma_{CN}(E_b)$$

假定$\sigma_{CN}$（$E_b$）近似为常量，则此式表明复合核发射粒子**b**的概率与粒子能量$E_b$成正比。因此，对于复合核发射中子，有

$$\Gamma_n(E_n) \propto E_n$$

$$n(E_n)\mathrm{d}E_n \propto E_n e^{2\sqrt{a(E_0-E_n)}}\,\mathrm{d}E_n$$

当$E_n$ <<$E_0$时

$$2\sqrt{a(E_0-E_n)} \approx 2\sqrt{aE_0} - E_n\sqrt{\frac{a}{E_0}}$$

$$n(E_n)\mathrm{d}E_n \propto E_n e^{-E_n\sqrt{a/E_0}}\,\mathrm{d}E_n$$

$$\propto E_n e^{-E_n/T}\,\mathrm{d}E_n$$

$T$ =（$E_0/a$）$^{1/2}$，相当于麦克斯韦分布中的温度，所以叫它为核温度。它的量纲是能量。

（ii）出射粒子的角分布

$$s_A + s_a + l_a = I_C = s_B + s_b + l_b \qquad I_a + l_a = I_C = I_b + l_b$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = 1 + A\cos^2\theta + B\cos^4\theta + \cdots$$

# §9.10 直接反应

是通过入射粒子与靶核中的少数核子直接相互作用来完成。

## 1. 削裂反应(stripping)

入射粒子打到靶核边上，其中一个或几个核子被靶核俘获，其余部分继续飞行前进。显然，能够引起削裂反应的入射粒子至少要由两个核子组成。最常见而且最重要的削裂反应是由氘核引起的反应。

$$I_A + s_d + l_d = I_B + s_p + l_p$$

$$s_d = s_n + s_p, \quad l_d = l_n + l_p$$

$$I_A + s_n + l_n = I_B$$

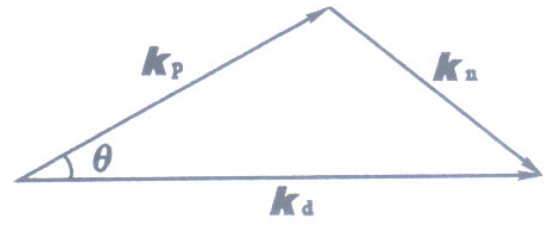



图 9-29 (d,p)反应中的动量关系

$$I_A + I_B + \frac{1}{2} \geq l_n \geq \left| |I_A - I_B| - \frac{1}{2} \right|$$

$$\pi_A \pi_B = (-1)^{l_n}$$

$$\hbar \mathrm{k}_\mathrm{n} = \hbar \mathrm{k}_\mathrm{d} - \hbar \mathrm{k}_\mathrm{p} \qquad k_\mathrm{n} = \left[ \left( k_\mathrm{d} - k_\mathrm{p} \right)^2 + 4 k_\mathrm{d} k_\mathrm{p} \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]^{1/2}$$

$$\hbar k_\mathrm{n} R = \hbar l_\mathrm{n} \qquad k_\mathrm{n} R = l_\mathrm{n}$$

$$\frac{l_\mathrm{n}}{R} = \left[ \left( k_\mathrm{d} - k_\mathrm{p} \right)^2 + 4 k_\mathrm{d} k_\mathrm{p} \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]^{1/2}$$

$l_n$可测

$^{76}_{34}\mathrm{Se(d,p)}^{77}_{34}\mathrm{Se} \qquad l_\mathrm{n} = 1 \qquad I\left(^{77}_{34}\mathrm{Se}\right) = I\left(^{76}_{34}\mathrm{Se}\right) + s_\mathrm{n} + l_\mathrm{n} = \begin{cases} 0 + \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \\ 0 + \left| \frac{1}{2} - 1 \right| = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\pi\left(^{77}_{34}\mathrm{Se}\right) = \pi\left(^{76}_{34}\mathrm{Se}\right)(-1)^{l} = (+1)(-1)^{1} = -1$$

$^{40}_{20}\mathrm{Ca(d,p)}^{41}_{20}\mathrm{Ca} \qquad l_\mathrm{n} = 3 \qquad I\left(^{41}_{20}\mathrm{Ca}\right) = I\left(^{40}_{20}\mathrm{Ca}\right) + s_\mathrm{n} + l_\mathrm{n} = \begin{cases} 0 + \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2} \\ 0 + \left| \frac{1}{2} - 3 \right| = \frac{5}{2} \end{cases}$

$$\pi\left(^{41}_{20}\mathrm{Ca}\right) = \pi\left(^{40}_{20}\mathrm{Ca}\right)(-1)^{l} = (+1)(-1)^{3} = -1$$

## 2．拾取反应(pickup)

削裂反应的逆过程是拾取反应，例如（p，d）、（n，d）、（p，t）、（p，$\alpha$）、（$^3$He，$\alpha$）反应等。它是指入射粒子与靶核作用时，从靶核拾取一个或几个核子结合成较重的粒子并向外飞出的反应。

## 3．其它直接反应

还有几种常见的直接反应机制：

电荷交换反应(charge exchange)，例如（p，n）和（$^3$He，t）反应是最常见的电荷交换反应。

非弹性散射(inelastic) 入射粒子与靶核作用时，把部分能量交给靶核使其激发，而自己继续飞行。这种非弹性散射属于直接作用过程。它的角分布没有对90°角的对称性，而与势弹性散射的衍射花样类似。

敲出反应(knock-out) 它是指入射粒子把部分能量直接交给靶核中的一个或几个粒子而使其飞出靶核的反应。此时入射粒子往往被靶核吸收。与削裂反应和拾取反应不同。

# CRC-Fresco code

Model WF:

$$P\overline{\Psi} \equiv \Psi = \sum_{i}^{N} \phi_i \psi_i(\mathbf{R}_i)$$

$$\phi_i \equiv \phi_{ip} * \phi_{it}$$

$$\mathcal{H} = P\overline{\mathcal{H}}P - P\overline{\mathcal{H}}Q\frac{1}{Q\overline{\mathcal{H}}Q - E - i\epsilon}Q\overline{\mathcal{H}}P,$$

$[\overline{\mathcal{H}} - E]\overline{\Psi} = 0$ becomes $[\mathcal{H} - E]\Psi = 0$ in the model space with

Assuming no interference between the model space and other space, only loss of flux.

Channel-projected Hamitonian:

$$H_i - E_i = \langle \phi_i | \mathcal{H} - E | \phi_i \rangle$$

Coupling interaction $V_i$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{H} - E &= H_i - E_i + V_i \text{ (the 'post' form)} \\ &= H_j - E_j + V_j \text{ (the 'prior' form).} \end{aligned}$$

$$[E_i - H_i]\,\psi_i(\mathbf{R}_i) = \sum_{j\neq i} \langle\phi_i|\mathcal{H} - E|\phi_j\rangle\,\psi_j(\mathbf{R}_j).$$

$$\begin{aligned}\langle\phi_i|\mathcal{H} - E|\phi_j\rangle &= V_{ij}^{\rm post} + [H_i - E_i]K_{ij}({\rm post}) \\ {\rm or} &= V_{ij}^{\rm prior} + K_{ij}[H_j - E_j]({\rm prior})\end{aligned}$$

$$V_{ij}^{\rm post} \equiv \langle\phi_i|V_i|\phi_j\rangle, \quad V_{ij}^{\rm prior} \equiv \langle\phi_i|V_j|\phi_j\rangle, \quad K_{ij} \equiv \langle\phi_i|\phi_j\rangle.$$

For each channel:

$$\Psi_{\kappa J_T}^{M_T}(\mathbf{R}_\kappa, \xi_p, \xi_t) = \sum_{\substack{LJ_pJJ_t \\ M\mu_pM_J\mu_t}} \phi_{J_p}(\xi_p)\;\phi_{J_t}(\xi_t)\;i^L Y_L^M(\hat{\mathbf{R}}_\kappa)\frac{1}{R_\kappa}\;f_{(LJ_p)J,J_t}^{\kappa J_T}(R_\kappa)$$
$$\langle LM\,J_p\mu_p|JM_J\rangle\,\langle JM_J\,J_t\mu_t|J_TM_T\rangle \qquad (2$$

here $\mathbf{R}_\kappa$ = radial coordinate *from* the target *to* the projectile in partition $\kappa$, $\xi_p$ = internal coordinates of projectile, $\xi_t$ = internal coordinates of target, and

$$f_{(LJ_p)J,J_t}^{\kappa J_T}(R) \equiv f_\alpha(R) \qquad (27)$$

The CRC equations are in many cases of the form

$$[E_{\kappa pt} - T_{\kappa L}(R_\kappa) - U_\kappa(R_\kappa)]\, f_\alpha(R_\kappa) = \sum_{\alpha',\Gamma>0} i^{L'-L}\, V^\Gamma_{\alpha:\alpha'}(R_{\kappa'})\, f_{\alpha'}(R_{\kappa'}) + \sum_{\alpha',\kappa'\neq\kappa} i^{L'-L} \int_0^{R_m} V_{\alpha:\alpha'}((R_\kappa), R_{\kappa'})\, f_{\alpha'}(R_{\kappa'})\, d(R_{\kappa'})$$

where the kinetic energy term is

$$T_{\kappa L}(R) = -\frac{\hbar^2}{2\mu_\kappa}\left(\frac{d^2}{dR^2} - \frac{L(L+1)}{R^2}\right), \qquad (31)$$

## Single nucleon state:

$$\phi_{JM}(\xi_c, \mathbf{r}) = \sum_{\ell jI} A^{jIJ}_{\ell sj}\ [\phi_I(\xi_c)\varphi_{\ell sj}(\mathbf{r})]_{JM}$$

$$= \sum_{\ell jI, m\mu m_s m_\ell} A^{jIJ}_{\ell sj}\, \langle jmI\mu|JM\rangle\, \phi_{I\mu}(\xi_c)\, \langle \ell m_\ell s m_s|jm\rangle\, Y^{m_\ell}_\ell(\hat{\mathbf{r}})\phi^{m_s}_s \frac{1}{r} u_{\ell sjI}(r)$$

$A^{jIJ}_{\ell sj}$ : Coefficient of Fractional Parentage

## two nucleon state:

$$\phi_{JM} = \sum_{\substack{L\ell S \\ jJ_{12}I}} A^{J_{12}IJ}_{LjJ_{12}}\ \phi_{I\mu_I}(\xi_c).\phi^{\sigma_1}_{s_1}\ \phi^{\sigma_2}_{s_2}\ Y^{\Lambda}_{L}(\hat{\mathbf{r}})\ Y^{\mu}_{\ell}(\hat{\boldsymbol{\rho}})\ \frac{1}{r\rho}u_{12}(r,\rho)$$

$$\langle J_{12}M_{12}I\mu_I|JM\rangle\langle L\Lambda jm_{12}|J_{12}M_{12}\rangle\langle \ell\mu S\Sigma|jm_{12}\rangle\langle s_1\sigma_1 s_2\sigma_2|S\Sigma\rangle$$

### 4.4.1 Finite Range Transfers

To calculate the coupling term that arises when a particle is transferred, for example from a target bound state to being bound in the projectile, we need to evaluate source terms of the form

$$S_\alpha(R) = \int_0^\infty \langle (LJ_p)J, J_t; J_T|\mathbf{V}|(L'J'_p)J', J'_t; J_T\rangle\ f^{J_T}_{(L'J'_p)J',J'_t}(R')dR' \qquad (103)$$

where the initial (primed) state has a composite target with internal coordinates $\xi'_t \equiv \{\xi_t, \mathbf{r}'\}$ : $\phi_{J'_t}(\xi_t, \mathbf{r}') = |(\ell' s)j', J_t; J'_t\rangle$ and the final (unprimed) state has a composite projectile with internal coordinates $\xi_p \equiv \{\xi_{p'}, \mathbf{r}\}$ : $\phi_{J_p}(\xi'_p, \mathbf{r}) = |(\ell s)j, J'_p; J_p\rangle$.

The $\mathbf{V}$ is the interaction potential, of which the prior form is

$$\mathbf{V} = V_{\ell sj}(\mathbf{r}) + U_{cc}(R_c) - U_{\alpha'}(\mathbf{R}') \qquad (104)$$

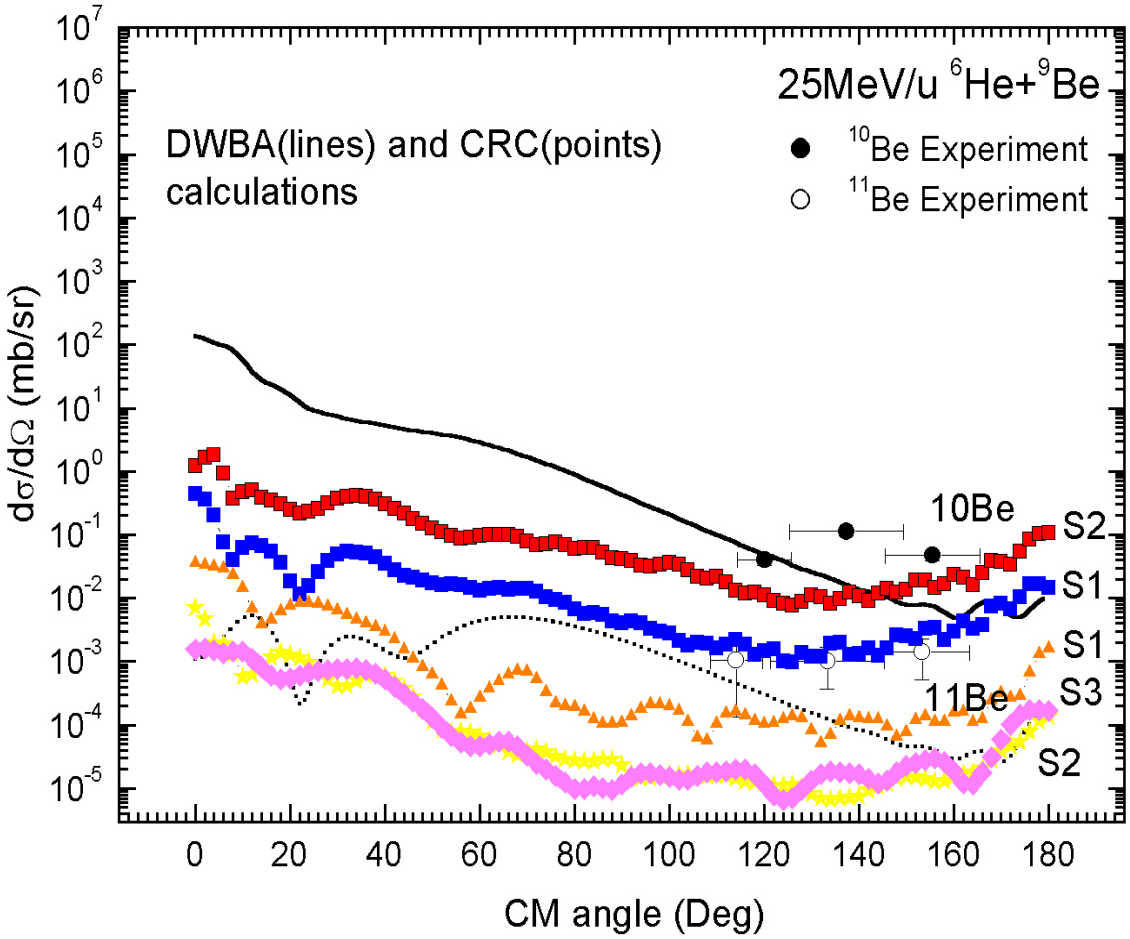
What we need:

Optical potential for each partition;

internal WF for each state in the model space;

potentials for interaction between the channels;

CFP or SA. $SA = \sqrt{N}(CFP)$




- 2n transfer is 100 times smaller then 1n transfer.
- current calculation under estimate the data (especially for 2n).
- 1n transfer to the $2^+$ state of $^{10}$Be is much more important then to the $0^+$ g.s.
- 2n transfer to the $½^+$ g.s. of $^{11}$Be dominates over other states.

Questions: imaginary potential? nodes?

states? SA or CFP?

# §9.11 重离子核反应

重离子核反应是指比$\alpha$粒子为重的离子所引起的核反应。

1．重离子核反应的特点

（1）库仑作用强(库仑激发)；

（2）生成合成体系的激发能高（热核）

（3）带给合成体系的角动量大（高自旋与超形变）

（4）重离子的波长短（半经典近似）

2．重离子核反应的分类

表 9-3　按锐截止模型划分反应类型

| 碰 撞 参 数 | 轨道角动量 | 反 应 类 型 |
|---|---|---|
| $\rho>\rho_{gr}$ | $l>l_{gr}$ | 卢瑟福散射,库仑激发 |
| $\rho_{gr}>\rho>\rho_{m}$ | $l_{gr}>l>l_{m}$ | 准弹性散射 |
| $\rho_{m}>\rho>\rho_{cr}$ | $l_{m}>l>l_{cr}$ | 深度非弹性散射 |
| $\rho<\rho_{cr}$ | $l<l_{cr}$ | 融合反应 |

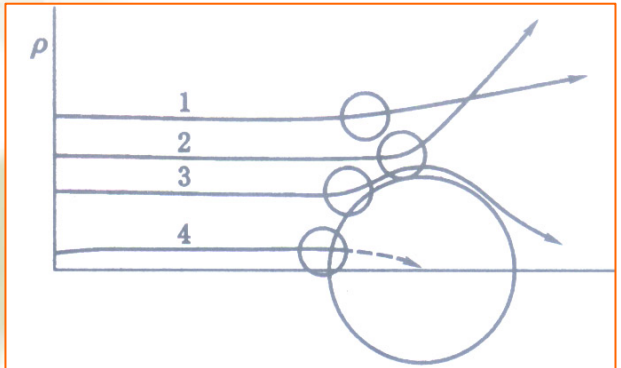



图 9-34　重离子反应随碰撞参量的变化

**表9-3 按锐戳止模型划分反应类型**

| 碰撞参量 | 轨道角动量 | 反应类型 |
|---|---|---|
| $\rho>\rho_{gr}$ | $l>l_{gr}$ | 卢瑟福散射，库仑激发 |
| $\rho_{gr}>\rho>\rho_{m}$ | $l_{gr}>l>l_{m}$ | 准弹性散射 |
| $\rho_{m}>\rho>\rho_{cr}$ | $l_{m}>l>l_{cr}$ | 深度非弹性散射 |
| $\rho<\rho_{cr}$ | $l<l_{cr}$ | 融合反应 |

## 3. 重离子反应总截面的计算

$$\sigma_{\mathrm{r}} = \sigma_{\mathrm{D}} + \sigma_{\mathrm{DIS}} + \sigma_{\mathrm{F}} = \pi \lambda\!\!\!^{-2} l_{\mathrm{gr}}^2$$

$$E' = V_{\mathrm{c}} + E'_{\mathrm{gr}} \qquad E'_{\mathrm{gr}} = \frac{p'^2}{2\mu} = \frac{p'^2 R^2}{2\mu R^2} = \frac{l_{\mathrm{gr}}\left(l_{\mathrm{gr}}+1\right)\hbar^2}{2\mu R^2}$$

$$l_{\mathrm{gr}}^2 \lambda\!\!\!^{-2} \approx R^2\left(1 - \frac{V_{\mathrm{c}}}{E'}\right)$$

$$\sigma_{\mathrm{r}} = \pi R^2\left(1 - \frac{V_{\mathrm{c}}}{E'}\right)$$