# §7.6 级联$\gamma$辐射的角关联（略）

极化原子核发射粒子的概率会出现一定的角分布。

**1．什么是$\gamma$-$\gamma$角关联**

原子核由激发态跃迁到基态，有时要连续地通过几次$\gamma$跃迁，这时放出的辐射称为级联$\gamma$辐射。

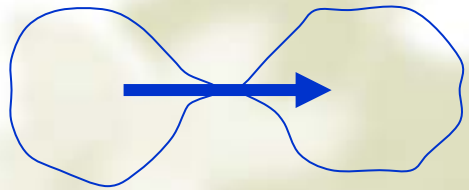
接连地放出的两个$\gamma$光子，若其概率与这两个$\gamma$光子发射方向的夹角有关，即夹角改变时，概率也变化，这种现象称为级联$\gamma$辐射的方向角关联，或简称为$\gamma$-$\gamma$角关联。

当原子核放出$\gamma_1$之后，接连地放射$\gamma_2$的概率$W$是与$\gamma_1$和$\gamma_2$之间的夹角$\theta$有关，即$W$是$\theta$的函数，$W=W(\theta)$，这种函数称为角关联函数。

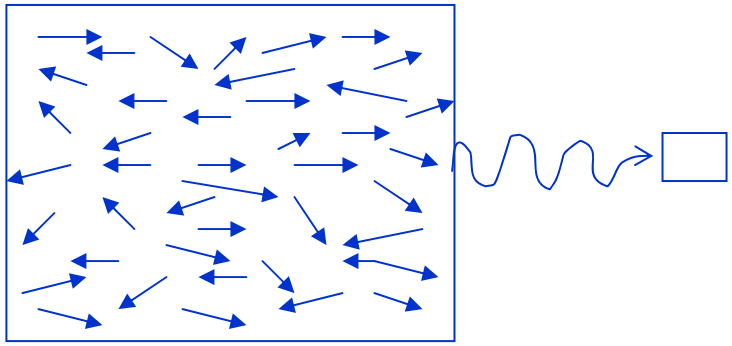
由角关联理论知道，函数$W(\theta)$只与每一跃迁前后原子核的角动量以及$\gamma$辐射的角动量有关，而与它们的宇称以及跃迁的能量无关。因此，$\gamma$-$\gamma$方向角关联的研究，通过实验与理论的比较，可以告诉我们有关原子核能级的角动量以及跃迁极次的知识。

**2．角关联的本质**

可是对一般放射源，观察不到辐射的各向异性。这是由于放射源中原子核的自旋方向是杂乱的，没有一定的取向。结果各个原子核辐射的角分布混淆在一起，总的效果就看不出个别核发射粒子的角分布，表现出各向同性的分布。



为了要观察到原子核辐射的角分布，原子核的自旋需要有一定的取向。方法之一是把原子核按一定的自旋方向排列好，即把原子核极化。另一方法是不必把原子核排列起来，而是在一堆杂乱安排的原子核中，选取自旋朝某些方向的原子核来进行观察。如果原子核接连地放出两个粒子（例如$\gamma_1$ 和$\gamma_2$），那么，这种方法是可行的。这时可任意选择一个方向来记录$\gamma_1$，由于$\gamma$ 辐射的各向异性，只有自旋有某种取向的原子核，在这个方向发射$\gamma_1$ 的概率才最大。这样，在一定的方向上测量$\gamma_1$，就等于把那些自旋有某种取向的原子核挑选出来了。这些挑选出来的原子核接连发射的$\gamma_2$，当然会呈现出一定的角分布。因此，$\gamma_1$ 与$\gamma_2$ 之间就出现了角关联。为了使挑选出来的原子核的自旋取向不受干扰而破坏，级联跃迁中间态 **B** 的 寿命$\tau_b$ 要小于 $10^{-11}$s。



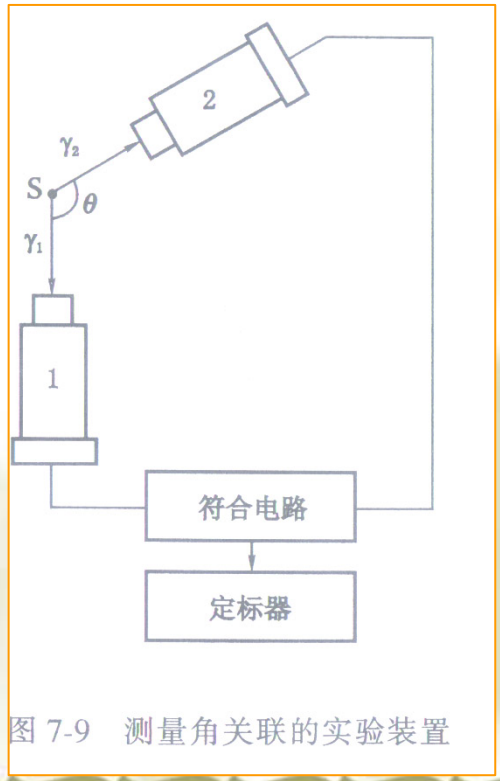



图 7-9　测量角关联的实验装置

**3．实验观察角关联的方法**

**4．角关联函数**

下面我们来介绍理论角关联函数的表达式。

$\gamma_1$ 和 $\gamma_2$ 级联跃迁常以 $I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$ 来表示，其中 $L_1$ 和 $L_2$ 表示 $\gamma_1$ 和 $\gamma_2$ 的角动量；$I_a$，$I_b$ 和 $I_c$ 分别表示原子核的始态、中间态和末态的自旋。按角关联理论，这种级联跃迁的角关联函数的一般形式为

$$W(\theta)=1+A_2P_2(\cos\theta)+A_4P_4(\cos\theta)+\cdots+A_{2n}P_{2n}(\cos\theta)$$

其中 $P_{2n}(\cos\theta)$ 为勒让德多项式，

$$\left.\begin{aligned}P_0(\cos\theta)&=1\\P_2(\cos\theta)&=\frac{1}{2}(3\cos^2\theta-1)\\P_4(\cos\theta)&=\frac{1}{8}(35\cos^4\theta-30\cos^2\theta+3)\end{aligned}\right\}$$

$n$ 不能大于 $L_1$，$L_2$ 和 $I_b$ 中之最小者，而且必须是整数。因此，当 $I_b=0$ 或 $\frac{1}{2}$ 时，$n=0$。则 $W(\theta)$=常数，即角关联不存在。

由于宇称守恒，$W(\theta)=W(\pi-\theta)$，即角关联函数是对 90°对称的。因此，实验上只需测量 90°—180°的角关联函数即可。

表 7-4　一 些 常 用 的 角 关 联 系 数 值

| $\gamma$-$\gamma$ 级联 $I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$ | $A_2$ | | $A_4$ | |
|---|---|---|---|---|
| | $F_2(L_1I_aI_b)$ | $F_2(L_2I_cI_b)$ | $F_4(L_1I_aI_b)$ | $F_4(L_2I_cI_b)$ |
| 0(1)1(1)0 | 0.7071 | 0.7071 | 0 | 0 |
| 1(1)1(1)0 | −0.3536 | 0.7071 | 0 | 0 |
| 2(1)1(1)0 | 0.0707 | 0.7071 | 0 | 0 |
| 3(2)1(1)0 | −0.1010 | 0.7071 | 0 | 0 |
| 0(2)2(2)0 | −0.5976 | −0.5976 | −1.069 | −1.069 |
| 1(1)2(2)0 | 0.4183 | −0.5976 | 0 | −1.069 |
| 2(1)2(2)0 | −0.4183 | −0.5976 | 0 | −1.069 |
| 3(1)2(2)0 | 0.1195 | −0.5976 | 0 | −1.069 |
| 4(2)2(2)0 | −0.1707 | −0.5976 | −0.0085 | −1.069 |

系数 $A_{2n}$ 是 $I_a$，$I_b$，$I_c$，$L_1$，$L_2$ 的函数。为了计算方便，一般把它写成两部分的乘积，每一部分仅与一个$\gamma$ 跃迁有关，即

$$A_{2n} = F_{2n}(L_1 I_a I_b) F_{2n}(L_2 I_c I_b)$$

对于各种 $I_a$，$I_b$，$I_c$，$L_1$，$L_2$，系数 $A_{2n}$ 的值有表可查。我们引入一部分比较常用的系数值列在表 7-4 中。例如，对级联跃迁 4(2)2(2)0 的 $A_{2n}$ 进行计算，由表 7-4 查得：$F_2(2,4,2)=-0.1707$，$F_2(2,0,2)=-0.5976$，则 $A_2=0.1020$；$F_4(2,4,2)=-0.0085$，$F_4(2,0,2)=-1.069$，则 $A_4=0.0091$。

所以，对于级联跃迁 4(2)2(2)0 的理论角关联函数为

$$W_{\text{th}}(\theta) = 1 + 0.1020 P_2(\cos\theta) + 0.0091 P_4(\cos\theta)$$

由实验角关联曲线经过最小二乘法处理得到的实验角关联函数 $W_{exp}(\theta)$与各种可能的理论角关联函数 $W_{th}(\theta)$进行比较，就可以定出级联跃迁的性质。

此外，知道理论角关联函数的各系数值后，可以计算角关联函数的各向异性 $A$，其定义如下：

$$A \equiv \frac{W(180^\circ) - W(90^\circ)}{W(90^\circ)}$$

若角关联函数最高项的系数为 $A_4$，则容易推得各向异性度 $A$ 与 $A_2$，$A_4$ 的关系：

$$A = \frac{1 + A_2 + A_4}{1 - A_2/2 + 3A_4/8} - 1$$

对于给定的级联跃迁 $I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$，可查表得 $A_2$ 及 $A_4$ 值，即可得到各向异性度的理论值 $A_{th}$。例如，对于级联跃迁 4(2)2(2)0，查表得 $A_2$＝0.1020，$A_4$＝0.0091，则 $A_{th}$＝0.1667。另一方面，实验上容易测定各向异性度 $A_{exp}$。事实上，只需测定两个角度的角关联值 $W(90°)$和 $W(180°)$，即得各向异性度的实验值 $A_{exp}$。从而，理论值 $A_{th}$ 与实验值 $A_{exp}$ 可以进行比较。因此，通过 $A$ 值的测量，也可以定出级联跃迁的性质。

应该指出，角关联函数中比 $A_4$ 更高次项是很少出现的。这是因为 $L>2$ 的多极辐射的寿命常大于 $10^{-6}$s，从而中间态的寿命 $\tau_b \gg 10^{-11}$s。前面已经指出，这种情形的级联辐射不会发生角关联。

5．角关联举例——$^{60}$Ni

## §7.7 穆 斯 堡 尔 效 应

除了稳定的基态原子核外，所有各种状态的原子核都有一定寿命。根据量子力学的测不准关系，具有一定寿命的原子核的能量不是完全确定的，或者说，具有一定的能级宽度，在能级宽度$\Gamma$与平均寿命$\tau$之间有下面的关系

$$\Gamma\tau \approx \hbar \qquad \lambda = 1/\tau = \Gamma/\hbar$$

通过测量能级宽度可以求得跃迁概率。跃迁概率$\lambda$与能级宽度成正比，

实验上要直接测出自然宽度，一般要求$\gamma$ 谱仪有极高的能量分辨本领。例如能量为 **1MeV** 寿命为 $10^{-13}$**s** 的激发态跃迁到稳定核的基态时放出的$\gamma$ 射线的自然宽度为 $6.58\times10^{-3}$**eV**。为了直接观测如此窄的自然宽度，$\gamma$ 谱仪的能量分辨需要高达$\approx10^{-8}$ 数量级。现有的$\gamma$ 谱仪远没有这么好的分辨本领。因此，常用间接方法来测量能级宽度，方法之一是$\gamma$ 射线的共振吸收。

## 1．γ 射线的共振吸收

通常的共振不用考虑反冲问题（质量大，频率低）。

γ 射线的共振吸收直到 **1953** 年才被发现，原因在于原子核发射或吸收γ 射线时反冲作用的影响。本来是静止的处于激发态的原子核，当它通过放射γ 光子跃迁到基态时，将激发能 $E_0$ 的绝大部分交给γ 光子外，还有很小一部分变成了反冲原子核的动能 $E_R$。根据能量和动量守恒定律可以得出考虑反冲效应后的γ 射线的能量

$$E_{\gamma e} = E_0 - E_R = E_0 - \frac{E_0^2}{2mc^2}$$

式中 $m$ 是原子核的质量。可见，这时γ 射线能量并不等于激发能 $E_0$，而是等于激发能 $E_0$ 与反冲能量损失 $\frac{E_0^2}{2mc^2}$ 之差。

同样道理，处于基态的同类原子核吸收$\gamma$ 光子时也会发生同样大小的反冲(动量守恒)。因此，要把原子核激发到能量为 $E_0$ 的激发态，$\gamma$ 射线的能量 $E_{\gamma a}$ 必须大于 $E_0$，

$$E_{\gamma a} = E_0 + E_R = E_0 + \frac{E_0^2}{2mc^2}$$

这样，同一激发态的$\gamma$ 射线发射谱和吸收谱，其平均能量相差 $2E_R$。显然，只有相应发射谱和吸收谱的重叠部分，$\gamma$ 射线的共振吸收才能发生。所以，有显著共振吸收的必要条件是 $E_R \lesssim \Gamma$。对于原子核，通常 $E_R \gg \Gamma$。例如，对 $^{191}$Ir 的 129keV 的$\gamma$ 跃迁，$E_R = 0.047$eV，$\Gamma = 4.6\times10^{-6}$eV，反冲能量损失比能级宽度大很多，实际上不能观察到原子核的$\gamma$ 射线共振吸收。

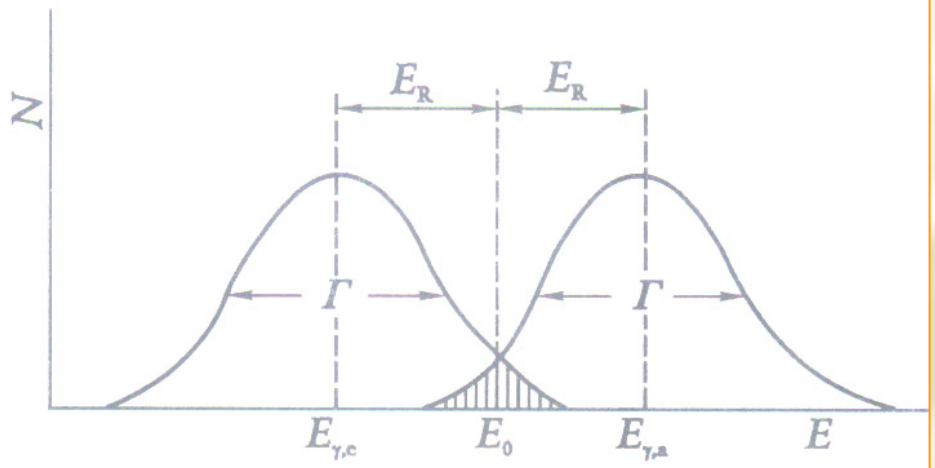



图 7-12　γ射线的发射谱和吸收谱

由此可见，为了观测到$\gamma$射线的共振吸收，必须想法补偿反冲能量损失。一个办法是利用高速机械转动，使放射性原子核向吸收体运动。根据多普勒**(Doppler)**效应，

$$E'_{\gamma} - E_{\gamma e} = E_{\gamma e}(\upsilon/c) \qquad \textbf{(7.7-4)}$$

因此，若将放射源放在一个高速旋转的转子上，共振条件可以恢复。

**2．穆斯堡尔效应**

将原子放入固体晶格以便尽可能使其固定，即将放射$\gamma$ 光子的原子核与吸收$\gamma$ 光子的原子核束缚在晶格中。如果$\gamma$ 光子的能量满足一定的条件，那么这时遭受反冲的不是单个原子核，而是整块晶体。与单个原子核的质量相比，晶体的质量大得不可比拟。所以反冲速度极小，反冲能量实际等于零，整个过程可看作无反冲的过程。这种效应称为穆斯堡尔效应。因此，穆斯堡尔效应也被称为无反冲共振吸收。

根据理论计算，无反冲的发射$\gamma$ 光子的分数

$$f = \exp\{-\frac{3}{2}\frac{E_0^2}{2mc^2k\theta}[1+\frac{2}{3}(\frac{\pi T}{\theta})^2]\}$$

式中，$k$ 是玻耳兹曼常量，$T$ 是晶体的温度，$\theta$是晶体的德拜(Debye)温度。上式只在温度 $T \ll \theta$的情况下适用。可见，

为了得到足够大的无反冲发射分数，必须选择德拜温度较大的晶体，同时跃迁能量不能很大， 一般应小于**100 keV**。另外，选用较重的原子核，以及降低晶体的温度，也都有利于效应的观察。

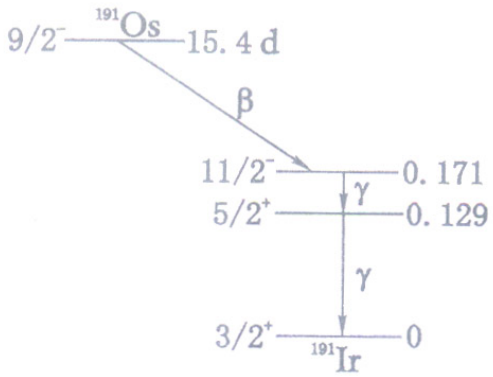



图 7-13　$^{191}$Os 的衰变

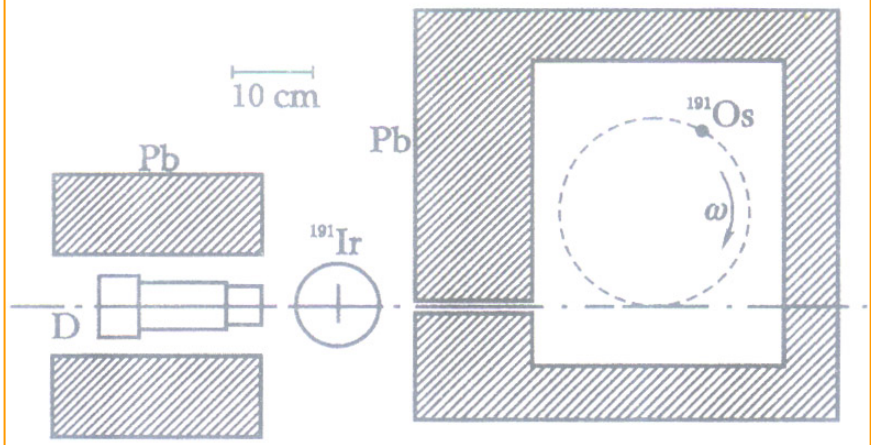



图 7-14　穆斯堡尔效应首次实验示意图

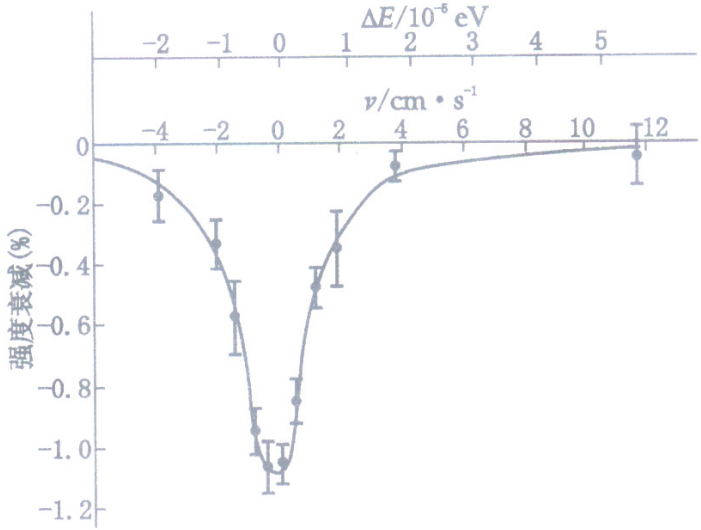



图 7-15　穆斯堡尔共振吸收谱线

穆斯堡尔效应有极高的能量分辨本领，例如对 $^{191}$Ir，$\frac{\Gamma}{E_0}=4\times10^{-11}$；对 $^{57}$Fe，$\frac{\Gamma}{E_0}=3\times10^{-13}$；而对 $^{67}$Zn 的 93keV$\gamma$ 射线则有$\frac{\Gamma}{E_0}=5\times10^{-16}$。所以，利用它可以直接观测核能级的超精细结构以及用来验证广义相对论等。

广义相对论预言，在较弱的重力场处观测从较强的重力场处发射的谱线所得的频率比在重力场相同的两点间测得的低一些，即向长波方向移动，所以称为红移。因而，当光子离开星球表面时，其频率将逐渐降低。理论预言，在地球表面附近，高度相差 ***h*** 的两点观测的相对频率变化为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{gh}{c^2}\approx1.1\times10^{-16}h$$

其中，***h*** 的单位为 **m**。例如，在地面上高度相差 **20 m** 处所测得的$\gamma$ 射线相对频率变化将为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu}\approx2.2\times10^{-15}$$

**1960** 年庞德**(R. V. Pound)**和里布卡**(G. A. Rebka)**利用穆斯堡尔效应在实验室内测量了光子在重力场中的频率变化。

$$\frac{\Delta v_{\exp}}{\Delta v_{th}} = 1.05 \pm 0.10$$

这是穆斯堡尔效应在近代物理学的基础研究方面可称最为突出的成就。

穆斯堡尔效应的大量应用工作是基于原子核与核外电子间的超精细相互作用。

穆斯堡尔谱学。

## §7.8　实验研究核衰变能级图

研究核衰变的一个重要任务是：通过实验来建立核衰变能级图，通常叫做衰变纲图。衰变纲图是研究核结构的一个十分有用的工具，对它的大量的和系统的建立与分析，可以从一个侧面揭示出原子核的运动规律。

衰变纲图不仅对核结构的研究十分重要，而且对放射性核素的应用也不可缺少。它是核物理的一个重要分支——应用核谱学的基础。

本节以 $^{137}_{55}\mathrm{Cs}$ 的衰变为例说明如何从实验着手来建立衰变纲图。

应用：能量关系（$E_{\mathrm{m}}, E_{\gamma}, E_{\mathrm{e}}$）

内转换系数；半衰期；角关联；选择定则。

库里厄图；比较半衰期；选择定则。

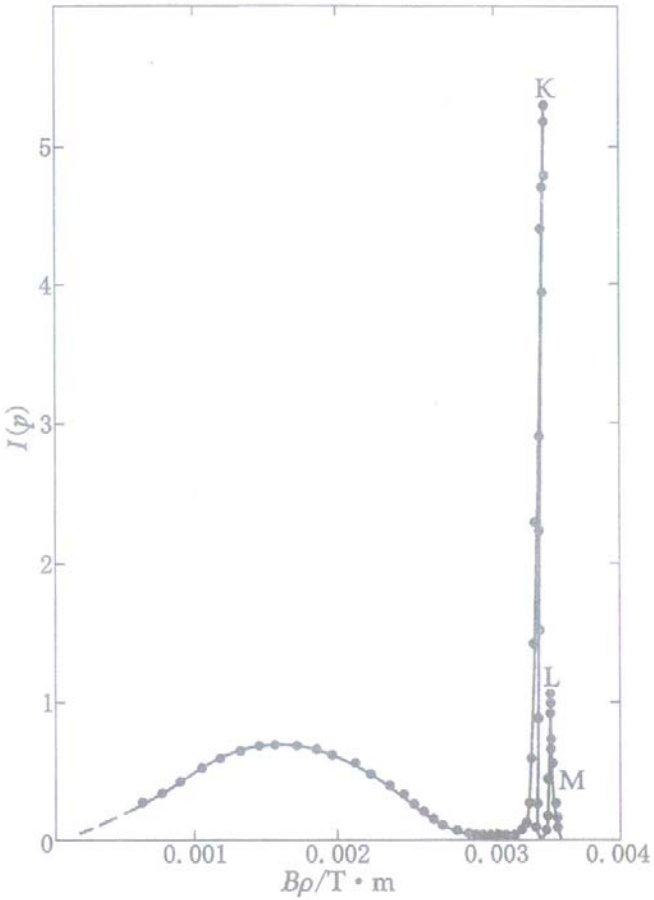



图 7-16 $^{137}$Cs 的电子动量分布

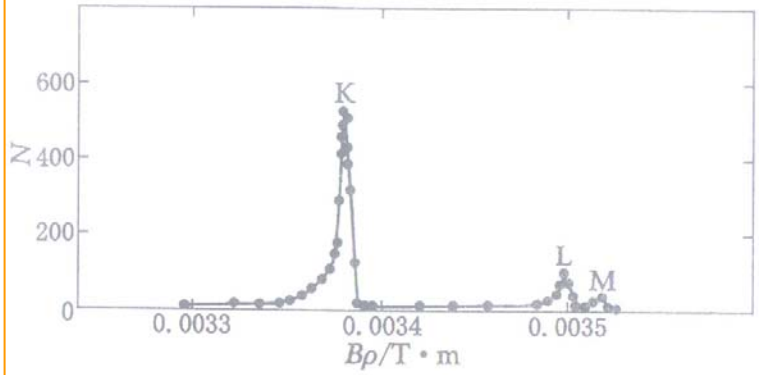



图 7-17 $^{137}$Cs 的内转换谱线

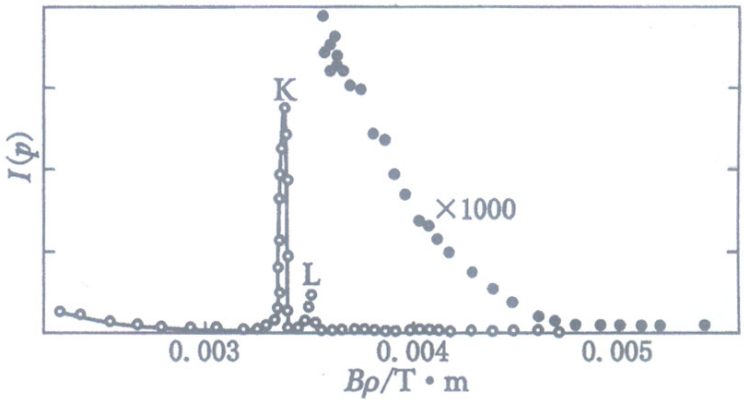



图 7-18 $^{137}$Cs β 谱的高能成分

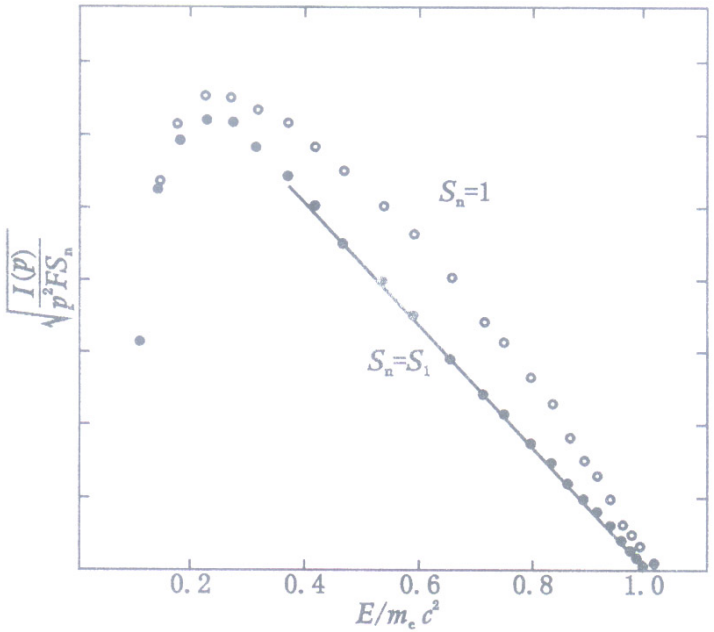



图 7-19 $^{137}$Cs β 谱低能成分的库里厄图

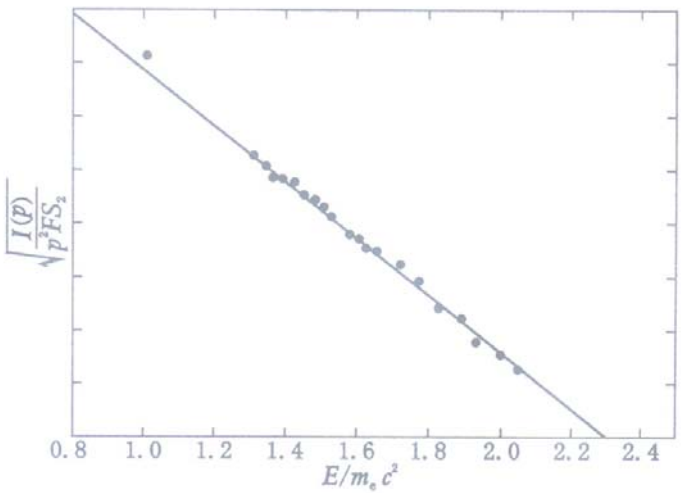



图 7-20 $^{137}$Cs β 谱高能成分的库里厄图

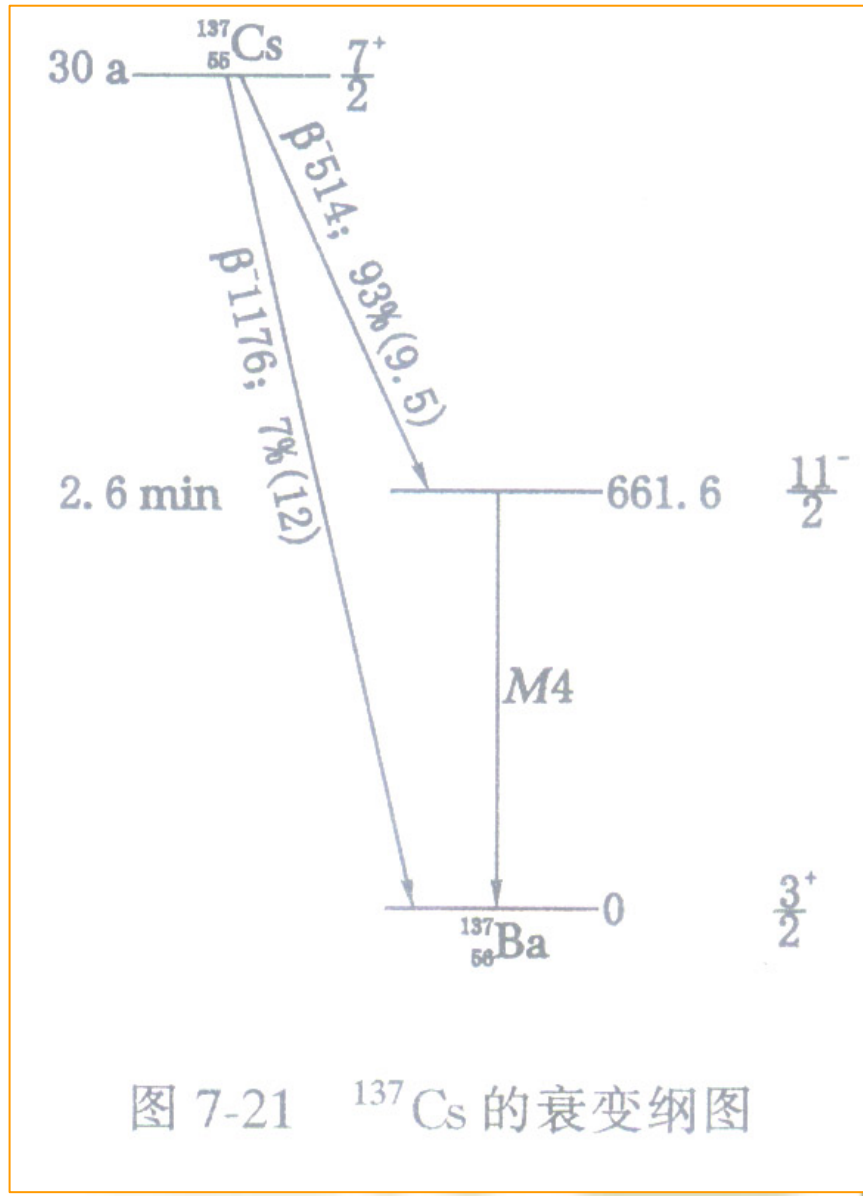



图 7-21 $^{137}$Cs 的衰变纲图

# 习　　题

7-1．原子核 $^{69}$Zn 处于能量为 436 keV 的同核异能态时，试求放射$\gamma$ 光子后的反冲动能 $E_{R\gamma}$和放射内转换电子后的反冲动能 $E_{Re}$。若 $^{69}$Zn 处于高激发态，可能发射中子，试求发射能量为 436keV 中子后的反冲能 $E_{Rn}$。(已知 K 层电子的结合能为 9.7keV。)

7-2．试计算 1$\mu g$ 重的 $^{137}$Cs 每秒放出多少个$\gamma$ 光子。(已知 $^{137}$Cs 的半衰期为 30.17a，$\beta$衰变至子核激发态的分支比为 93%，子核$\gamma$ 跃迁的内转换系数分别为$\alpha_K$=0.0976，$\frac{K}{L}=5.66$，$\frac{M}{L}=0.260$。)

7-3．放射源 $^{46}_{21}\mathrm{Sc}$ $\beta^-$ 衰变至 $^{46}_{22}\mathrm{Ti}$ 的激发态，然后接连通过两次$\gamma$ 跃迁至基态。由$\beta$磁谱仪在曲率半径为 20cm 处测得此放射源的内转换 K 电子的峰与场强 0.02575，0.02166 T 对应。已知 Ti 的 K 电子结合能为 5.0keV，试求$\gamma$ 跃迁的能量。

7-4．实验测得 $^{120}_{51}\mathrm{Sb}$ 有 ($a$) 两组$\beta^+$电子：0.52 MeV，$\log fT_{1/2}$=5.5；1.70 MeV，$\log fT_{1/2}$=4.5。后者为相应至 $^{120}_{50}\mathrm{Sn}$ 基态之跃迁。($b$) 一条$\gamma$ 射线，其能量为 1.181MeV，属 $E$2 型。已知 $^{120}_{50}\mathrm{Sn}$ 基态的自旋和宇称为 $0^+$，试画出衰变纲图，并标出各能级的自旋和宇称。

7-5．设一核有大致等距分布的四条能级，其能级特性从下至上依次为$\frac{1}{2}^+$，$\frac{9}{2}^+$，$\frac{3}{2}^-$，$\frac{9}{2}^-$。试画出能级图，标明最可能发生的跃迁类型。

7-6．$^{75}_{34}\mathrm{Se}$ 通过 K 俘获衰变至 $^{75}_{33}\mathrm{As}$ 的激发态，后者跃迁至基态时，放出一系列$\gamma$ 光子或内转换电子。由$\beta$ 磁谱仪测得 22 条内转换电子谱线（见下表）。试确定所放出的$\gamma$ 光子的能量，并画出 $^{75}_{33}\mathrm{As}$ 的能级图。(已知 K，L，M 层电子的结合能分别为 11.9、1.5 和 0.2keV。)

内转换电子能量(keV)（带*者发生在 K 层)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 23.2 | 95.3 | 186.9 | 293.4 |
| 24.4 | 96.5 | 197.2 | 303.4 |
| 54.3 | 109.4* | 253.3 | 390.0 |
| 64.6 | 124.3 | 263.6 | 400.5 |
| 68.9* | 134.7 | 268.2 | |
| 85.0 | 136.0 | 278.5 | |

7-7．对于下列$\gamma$ 跃迁，已知跃迁类型和始态的能级特性，试求末态的能级特性：(i) $1^+ \xrightarrow{E1}$；(ii) $2^- \xrightarrow{M2+E3}$；(iii) $4^+ \xrightarrow{E2}$；(iv) $1^+ \xrightarrow{M1+E2}$；(v) $0^+ \xrightarrow{M3}$。

7-8．已知 $^{60}$Co 几乎全部经容许型 $\beta^-$ 衰变至 $^{60}$Ni 的激发态，而后经级联两次 $E$2 跃迁至基态，试画出衰变纲图，并求图中各能级的自旋和宇称。