§6.9 轨道电子俘获

1. K 俘获衰变概率

原子核要吸收一个电子，放出一个中微子，

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\int \psi_{\mathrm{f}}^{*}\hat{H}\psi_{\mathrm{i}}\,\mathrm{d}\tau\right|^{2}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_{\nu}}$$

$$\Psi_f^* = u_f^*\Phi_\nu^* \qquad \Phi_\nu^* = \frac{1}{V^{1/2}}\exp(-i\vec{k}\cdot\vec{r})$$

$$\Psi_i = u_i\,\Phi_k \qquad \Phi_k = \frac{1}{\pi^{1/2}}\left(\frac{\alpha Z\, m_e c^2}{\hbar c}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{\alpha Z\, m_e c^2}{\hbar c}r\right)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\,\varepsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$$

Z越大，电子波函数越收缩到中心位置

于是 K 俘获衰变概率为

$$\lambda_{\mathrm{K}} = 2\times\frac{2\pi}{\hbar}\frac{g^2}{V}\frac{1}{\pi}\left(\frac{\alpha Z m_{\mathrm{e}}c^2}{\hbar c}\right)^3|M|^2\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_{\nu}}$$

$$M = \int u_f^* u_i \exp\left(-\frac{\alpha Z m_{\mathrm{e}}c^2}{\hbar c}r - i\vec{k}\cdot\vec{r}\right)d\tau$$

式中第一个因子 2 是考虑到 K 层有两个电子而引入的；$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_{\nu}}$ 为终态密度。

除子核外，终态只有中微子，则终态密度

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_{\nu}} = \frac{4\pi p_{\nu}^2\mathrm{d}p_{\nu}}{(2\pi\hbar)^3\mathrm{d}E_{\nu}}V$$

因中微子的能量 E_ν 与动量 p_ν 之间有 $E_\nu = cp_\nu$，所以

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_\nu} = \frac{E_\nu^2 V}{2\pi^2\hbar^3 c^3}$$

最后得

$$\lambda_{\mathrm{K}} = \frac{2(m_{\mathrm{e}}c^2)^3 g^2 c}{\pi^2(\hbar c)^7}(\alpha Z)^3 |M|^2 E_\nu^2$$

若中微子能量 E_ν 用电子静止能量 $m_{\mathrm{e}}c^2$ 为单位来表示，令 $W_\nu = \frac{E_\nu}{m_{\mathrm{e}}c^2}$，则**(6.9-6)**式可写成

$$\lambda_{\mathrm{K}} = \frac{2(m_{\mathrm{e}}c^2)^5 g^2 c}{\pi^2(\hbar c)^7}(\alpha Z)^3 |M|^2 W_\nu^2$$

$$= \frac{(m_{\mathrm{e}}c^2)^5 g^2 c|M|^2}{2\pi^3(\hbar c)^7} f_k(Z, W_\upsilon)$$

$$f_k(Z, W_\upsilon) = 4\pi(\alpha Z)^3 W_\upsilon^2$$

可见，**K** 俘获概率 λ_{K} 与原子序数 **Z** 的三次方成正比。

关于轨道电子俘获的选择定则，与 $\beta^\pm$ 衰变情形相同,只是 $\vec{l}$ 只对应于中微子带走的轨道角动量。对于轨道电子俘获，也存在与 $\beta^\pm$ 衰变相类似的 $fT_{1/2}$ 值，只是此时 f 的表达式变得十分简单，不需要对中微子的动量作积分。

2. $\lambda_K / \lambda_{\beta^+}$

下面我们来讨论 K 俘获概率 λ_K 与 β^+ 衰变概率 λ_{β^+} 之比。

我们知道，当衰变前后原子质量差大于 $2m_e c^2$ (1.022 MeV)，且母核的电荷数比子核的电荷数大 1 时，轨道电子俘获和 β^+ 衰变原则上可以同时发生。研究两者的概率之比

表 6-5 一些 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)$ 的理论和实验值

母核	理论值 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)_{th}$	实验值 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)_{exp}$
^{18}F	0.029	0.030 ± 0.002
^{48}V	0.066	0.068 ± 0.02
^{52}Mn	1.77	1.81 ± 0.07
^{107}Cd	310	320 ± 30
^{111}Sn	1.5	2.5 ± 0.25

$\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}$ 可用来检验 β 衰变理论。对于容许跃迁

$$\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}} = f_k(Z, W_\upsilon) / f(Z, E_m)$$

由此式可见，$\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}$ 与原子核矩阵元无关，因此，可以从理论上精确计算出它的数值，从而可以与实验测量值进行比较。表 6-5 列了一些的 $\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}$ 理论和实验值。由表可见，除最后一个核的数据外，理论值和实验值很好一致。

对某一确定的 **Z** 值可以计算出 $\log\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)$ 随 β^+ 电子最大能量的变化关系。对于轻核，由于衰变能一般都较大，β^+ 衰变的概率占压倒优势，很难观察到与 β^+ 衰变同时产生的 **K** 俘获：对于重核，情况则相反，由于衰变能都较小，**K** 俘获概率可占压倒优势，β^+ 衰变的概率则很小；在中等重量的原子核范围内，两者往往同时发生。这与实际情况完全相符。

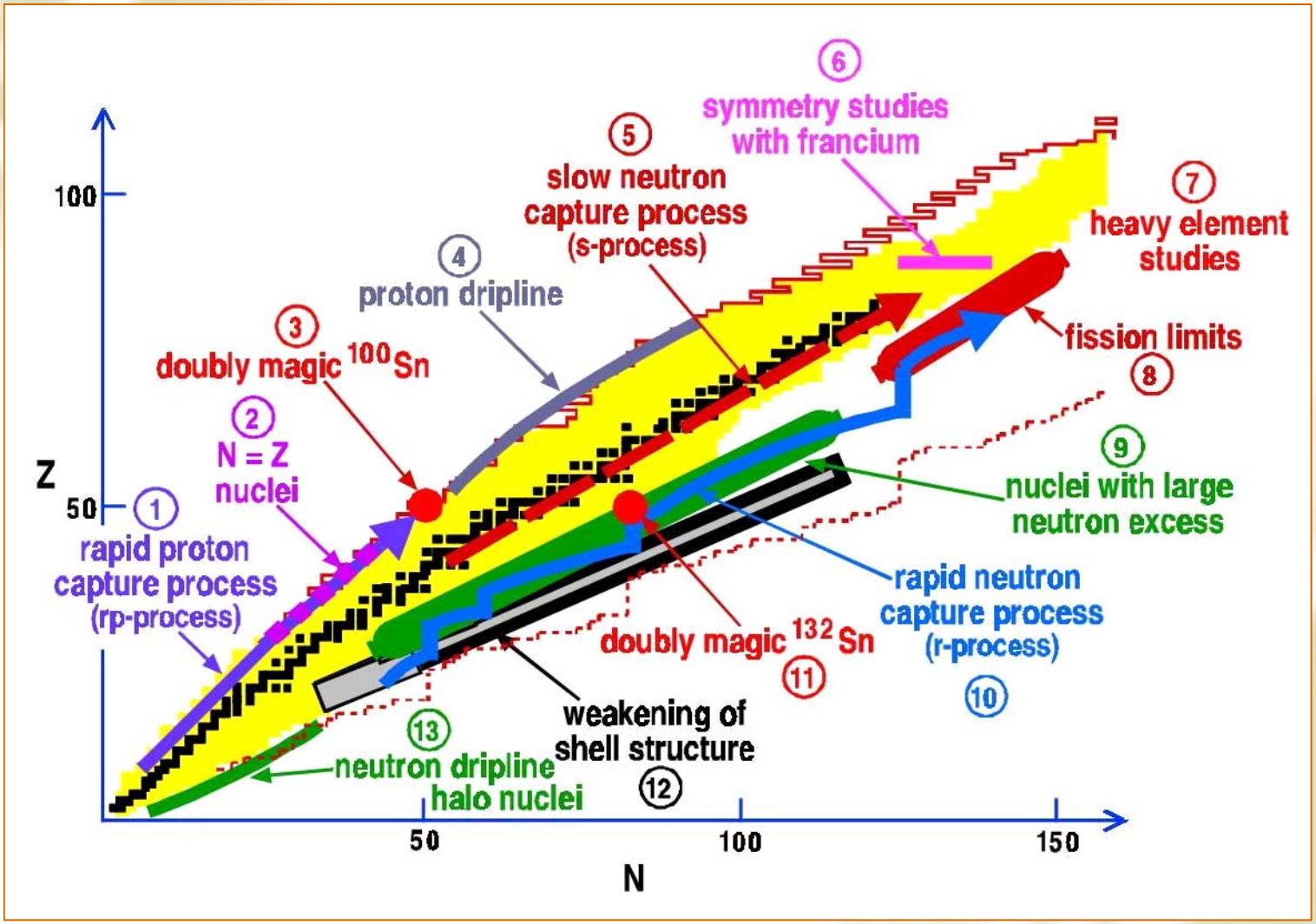
到此为止，我们讨论了 β 衰变的三种类型（$\beta^{\pm}$ 衰变和轨道电子俘获）的一些基本规律。最后，将跃迁级次的分类与判别总结于表 **6-6** 中。

表 6-6　β 衰变跃迁级次的分类

跃迁级次	选择定则 ΔI	选择定则 $\Delta\pi$	库里厄图	Log $fT_{1/2}$ 值
容许	0, ±1	+1	直线	3~6
一级禁戒	0, ±1	−1		6~9
唯一型一级禁戒	±2	−1	S_1 改正后为直线	8~10
二级禁戒	±2	+1		10~13
唯一型二级禁戒	±3	+1	S_2 改正后为直线	10~13
三级禁戒	±3	−1		15~18
唯一型三级禁戒	±4	−1	S_3 改正后为直线	15~18

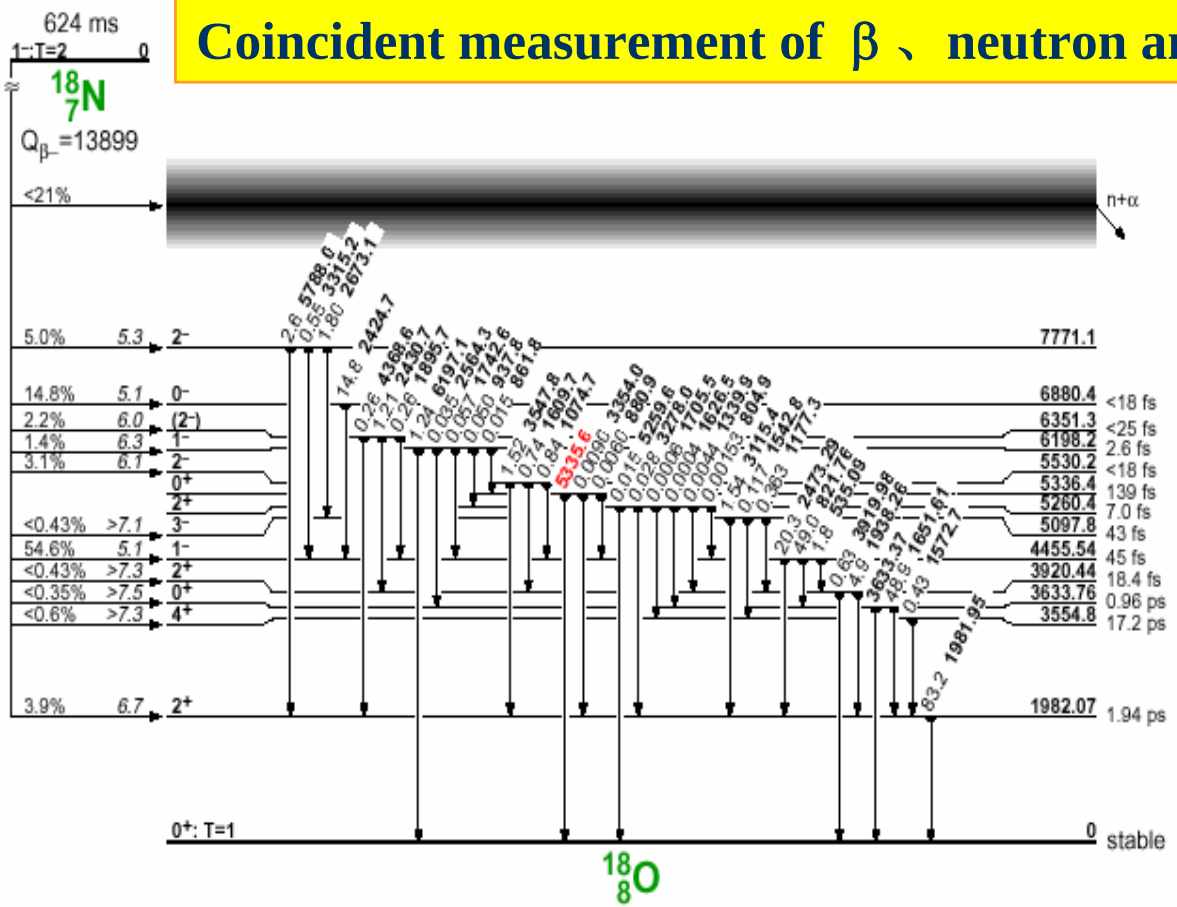
吴健雄：“一些‘禁戒’谱被接二连三的发现，这些谱是从根本上不同于容许谱的形状的。在看过这么多的容许谱之后，见到真正的禁戒谱是多么的喜悦”。

β衰变与中子发射


6
symmetry studies
with francium
5
slow neutron
capture process
(s-process)
7
heavy element
studies
4
proton dripline
3
doubly magic 100Sn
fission limits
8
2
N = Z
nuclei
9
nuclei with large
neutron excess
Z
100
50
1
rapid proton
capture process
(rp-process)
rapid neutron
capture process
(r-process)
10
doubly magic 132Sn
11
13
weakening of
shell structure
12
neutron dripline
halo nuclei
50
100
150
N

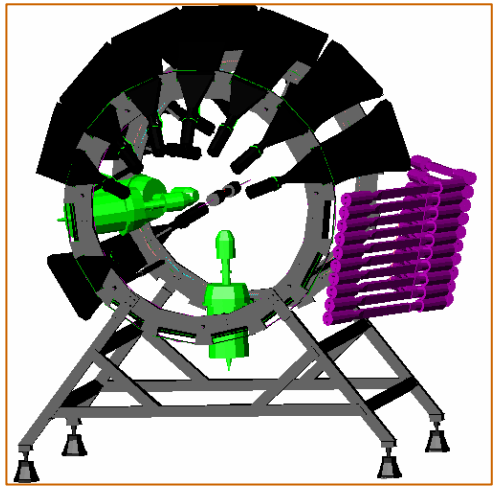
中子球与β延迟中子衰变测量

Coincident measurement of β、neutron and γ ray



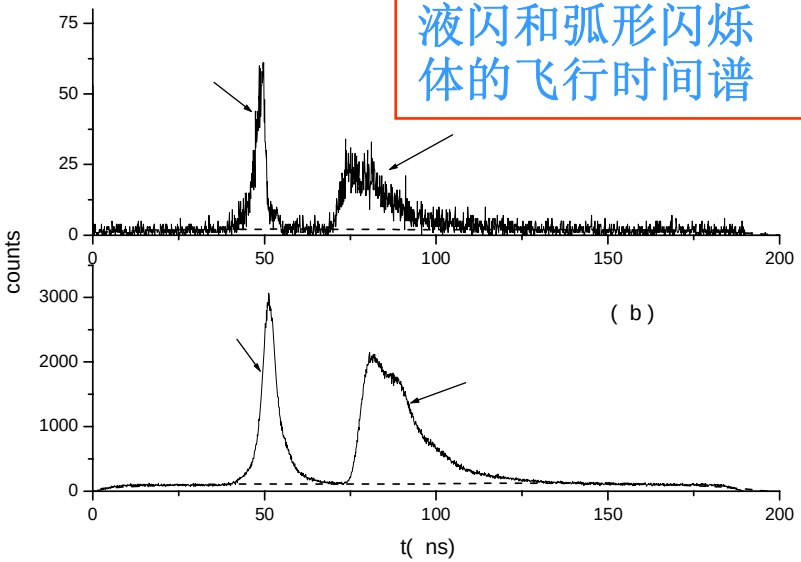
中子球与β延迟中子衰变测量

中子球探测系统(HENDA)的研制

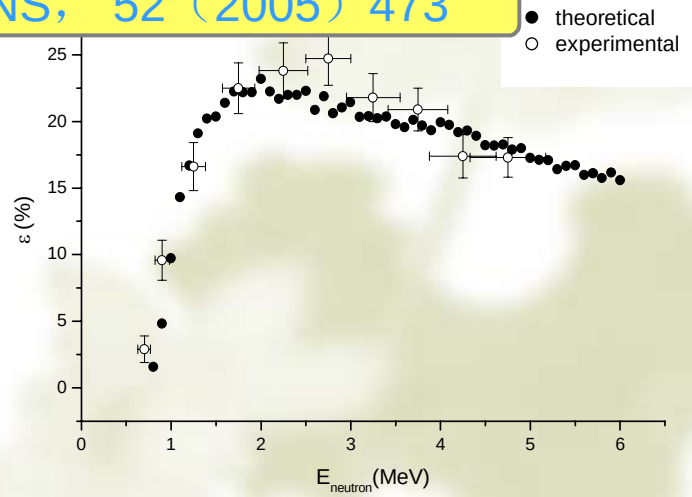




液闪和弧形闪烁体的飞行时间谱

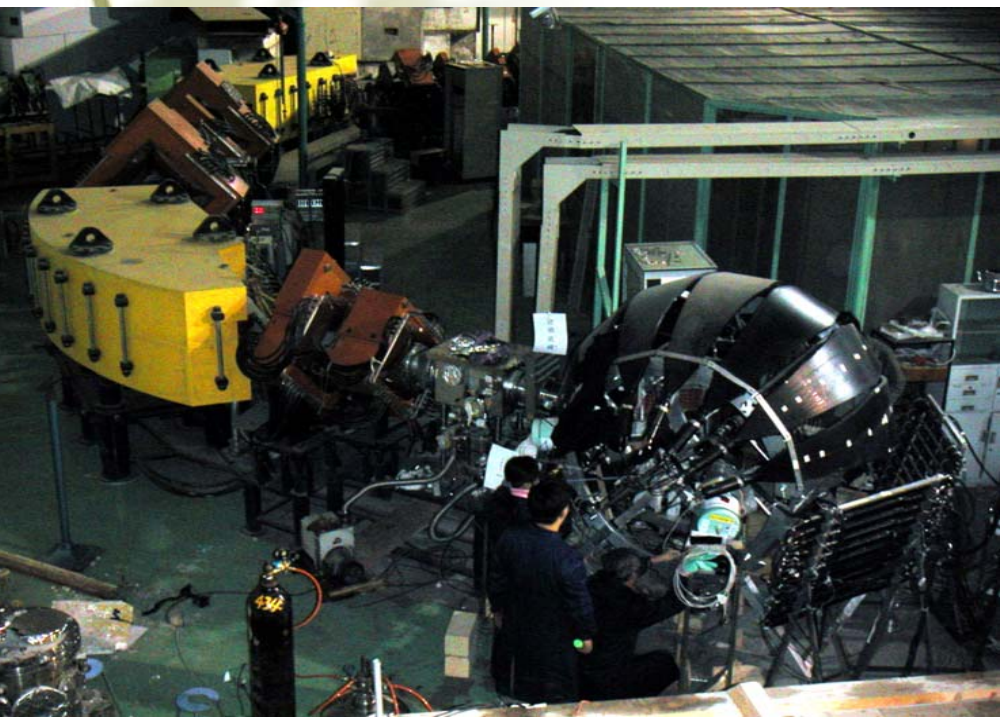


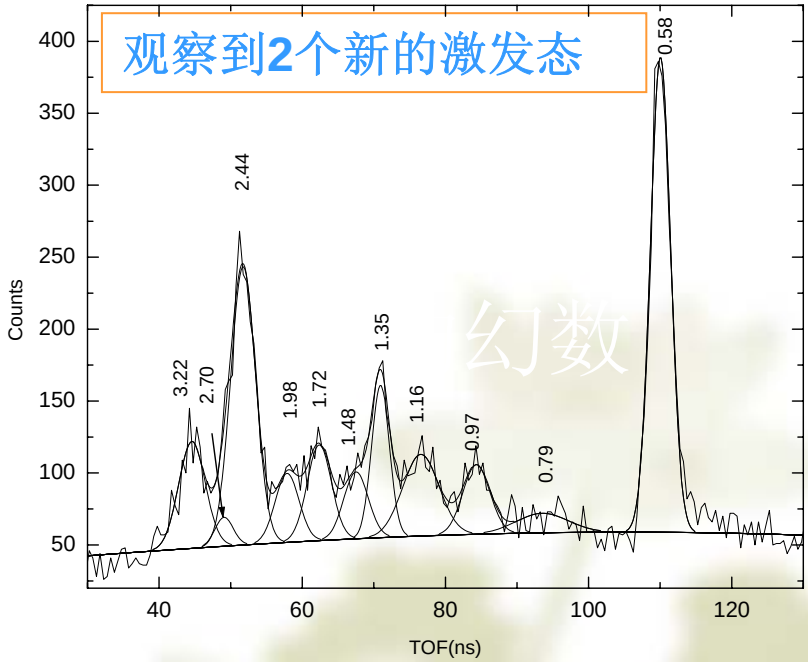
Q.Hu, Z.Li, Y. Ye et al.,
IEEE-NS， 52（2005）473



闪烁体的实验与模拟效率比较

^{18}N的β-缓发中子飞行时间谱





北大组实验
Nov.23,2004，兰州
β 缓发中子衰变实验
研究^{18}N核结构

PHYSICAL REVIEW C 72, 064327 (2005)

β-decay of the neutron-rich nucleus ^{18}N

§6.10 宇称不守恒问题

1957 年李政道、杨振宁、吴健雄发现宇称不守恒。

1. 宇称和宇称守恒

设由 n 个粒子组成一体系，如果各粒子作非相对论性运动，则该体系的宇称由两部分组成。一部分是粒子“内禀宇称” P_i 的乘积，即 $\prod_{i=1}^{n} P_i$；另一部分是“轨道宇称”，对 n 粒子体系的轨道宇称，我们以 P_{on} 表示。因此，由 n 个粒子组成的体系，总的宇称是

$$\pi = \left(\prod_{i=1}^{n} P_i \right) P_{on}$$

宇称守恒，是指一个孤立体系的宇称不随时间变化。如果体系具有偶宇称则永远是偶宇称；如果具有奇宇称则永远是奇宇称。若体系内部发生变化，则变化前体系的宇称等于变化后体系的宇称。

	定义	检验	
		成立	不成立
几何对称性	操作前后体系是否一样	图形重合	不重合
经典物理规律	物理规律在变换下不变	物理过程经变换后仍是真实物理过程	物理过程在变换后不是真实过程
量子规律	如果Ψ是运动方程的解则变换后的$\Psi' = R\Psi$也必然是运动方程的解。	物理过程经变换后出现的概率相同	物理过程经变换后不能等概率出现

对称性对应于守恒量。

我们举一个微观现象中有关宇称守恒的例子。设有慢中子打在 ^{7}**Be** 核上，看能否产生两个α 粒子的核反应。由后面第九章中讨论核反应遵从的一些守恒定律可以知道，对此设想的核反应，绝大部分守恒定律(如电荷守恒、质量数守恒、能量守恒、角动量守恒、统计性守恒等)都能满足，但不满足宇称守恒。事实上，反应前宇称

$$\pi_{\mathrm{i}} = P_{\mathrm{n}} \cdot P_{\mathrm{Be}} \cdot (-1)^{l} = (+1)(-1)(-1)^{0} = -1$$

其中$l = 0$是由于慢中子只有 ***s*** 波贡献。反应后的体系（2α）是由两个自旋为零的玻色子组成的，交换对称，l必为偶数，则反应后的宇称

$$\pi_{\mathrm{f}} = P_{\alpha}^{2}(-1)^{l} = +1$$

即反应前后宇称不等。所以，根据宇称守恒定律，此设想的核反应不可能发生。实验证明，的确不存在这个核反应。如果快中子打在 ^{7}**Be** 核上，以上反应就容易发生，因它可以满足宇称守恒定律。大量事实表明，核反应过程中宇称是守恒的。

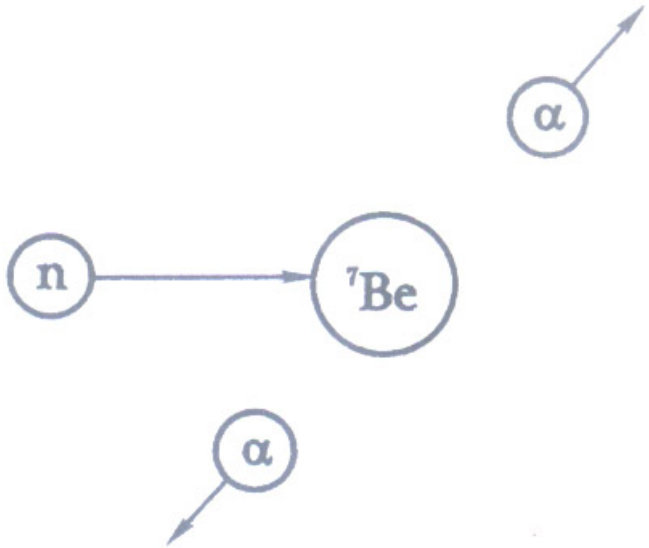


图 6-22　$^{7}Be + n \longrightarrow 2\alpha$

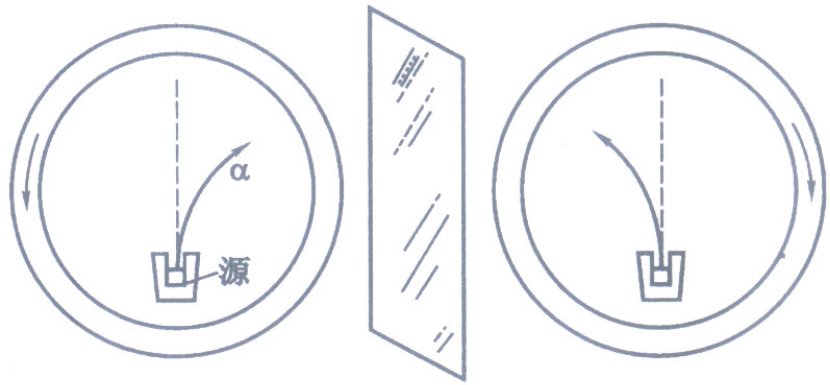


图 6-23　经典物理中宇称守恒举例

宇称变换等于镜象变换乘以饶镜面法线转动 180 度的变换。由于转动不变性对各种相互作用成立，则宇称变换等价于镜象变换。

2. “τ-θ之谜”与李-杨假说

过去一直认为在一切微观过程中宇称都守恒，直到 1956 年在研究和分析 K 介子的衰变时才使人们怀疑宇称守恒定律的普遍性。

分析 τ^+ 和 θ^+ 介子的衰变。从实验获得这两种介子的性质如下：

衰 变 方 式	质 量 / m_e	占所有 K 介子衰变的百分比	平均寿命 / s
$\theta^+ \to \pi^+ + \pi^0$	966.7 ± 2.0	29%	$(1.21 \pm 0.04) \times 10^{-8}$
$\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$	966.3 ± 2.1	6%	$(1.19 \pm 0.05) \times 10^{-8}$

我们看到，它们不仅质量相等、平均寿命相同，而且总是同时出现，并占 K 介子衰变的恒定百分比。因而自然会想到：它们可能是同一种粒子，即都是 K 介子，只是衰变方式不同而已。

但是，根据宇称守恒，可以推出θ^+介子的宇称应为偶，τ^+介子的宇称则为奇。假定它们的自旋都是零，则对θ^+衰变，按角动量守恒，终态（即衰变产物π^+和π^0）的总角动量为零。由于π介子的自旋为零，则π^+和π^0的轨道角动量也为零，于是终态的宇称只决定于π^+和π^0的内禀宇称。已知π介子的内禀宇称为奇，因而终态的宇称为$(-1)^2=+1$。按宇称守恒定律，即得始态θ^+的内禀宇称为偶。对于τ^+的衰变，通过类似的分析可以得到τ^+的内禀宇称为奇。所以θ^+和τ^+介子的宇称是不一样的。因此根据宇称守恒定律，它们不是同一种粒子。这就和前面由它们的质量、寿命等性质所得出的结论相矛盾，从而产生了历史上所谓“τ-θ 之谜”。

解开这个谜题只能通过两个途径：一是认为宇称守恒是普遍定律，而τ和θ是两种粒子；二是认为τ 和θ 是同一种粒子，而宇称守恒在此不成立。第一个途径的困难是无法解释为什么τ 和θ 的性质是如此相似。第二个途径的困难是违背了传统的宇称守恒的概念。

1956 年，李政道和杨振宁认真地分析了有关宇称守恒的实验材料，结果发现在强相互作用和电磁相互作用中，宇称守恒有大量的实验证明；而在弱相互作用中，宇称守恒定律从来没有用专门的实验去检验过，而只是作为一个理论的推论被大家接受下来。于是他们在“τ-θ之谜”的启示下，提出了在弱相互作用中宇称不守恒的假说，并且建议可以通过哪些实验来检验宇称是否守恒。其中一个实验，极化原子核 ^{60}**Co** 的β衰变，在 **1957** 年很快被吴健雄等人实现了。

李：

1956年4月3-7日，Rochester粒子物理会议，讨论了θ-τ之谜，提出宇称不守恒的可能，没有任何结论。

4月8日或9日，李政道建议斯坦伯格分析重粒子衰变实验数据，得不出定论。（宇称不守恒思想的突破！）

5月初，李杨见面，在“天津饭店”，杨慢慢地不再反对了，愿意合作。

杨：

在“上海餐馆”，在一个节骨眼上，我想到了应该把产生过程的对称性同衰变过程分离开来。后来，他（李）同意了我的意见。。。要把β衰变的计算做完。

文章：1956年6月22日寄出，10月1日发表。

3. 极化核 ^{60}Co 的β 衰变实验

理论：弱作用中有赝标量的项$<\vec{\sigma}\cdot\vec{p}>$（$\vec{\sigma}$和$\vec{p}$分别是核自旋和电子动量），它在空间反演下变号。如果这一项不为 **0**，则β衰变中宇称不守恒。这一项在纯 **G-T** 跃迁中特别明显。

实验检验：^{60}Co 的β衰变，$5^+ \rightarrow 4^+$，为纯 **G-T** 型容许跃迁，适宜检验宇称不守恒问题。

将母核极化，观察沿自旋方向和逆自旋方向发射的β粒子是否等概率。如果相等，则镜象过程可以等概率实现，宇称守恒；如果不等，镜象过程不能等概率实现，宇称不守恒。

主要困难：极化的实现和保持；极化度的测定；源和低温冷井的制作；低温下β粒子的探测。各种干扰的排除。

结果：沿自旋方向和逆自旋方向发射的β粒子概率相差很大。

结论：在整个弱相互作用中宇称守恒定律并不成立。至于在强相互作用和电磁相互作用中，至今的实验表明宇称守恒定律还是成立的。

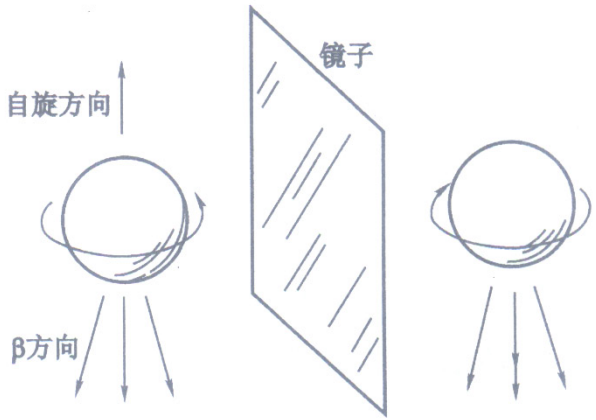


图 6-24　极化核^{60}Co β衰变的镜像过程

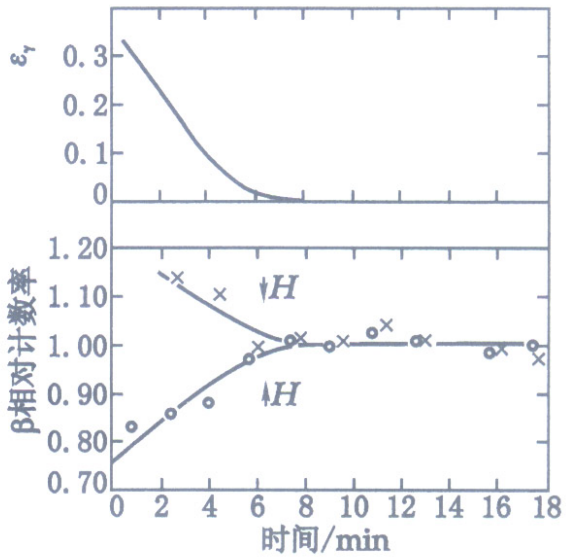


图 6-26　极化^{60}Co 实验结果

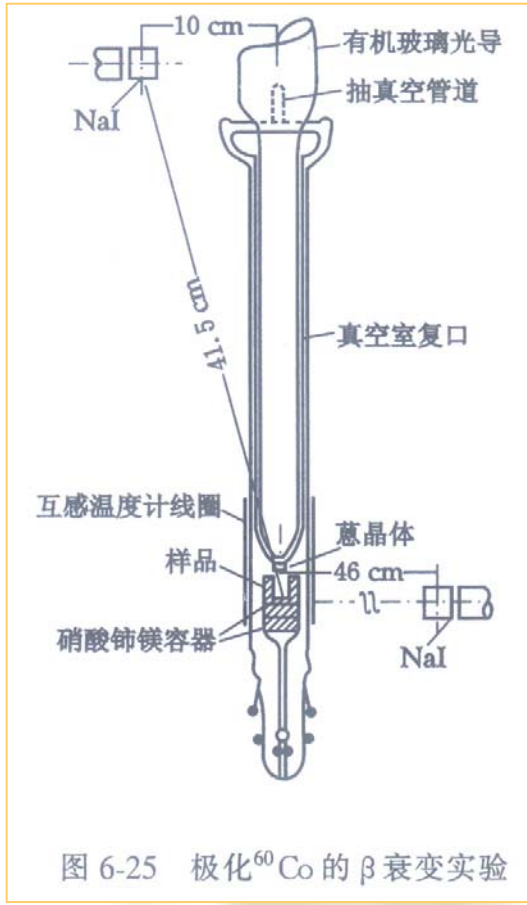


图 6-25　极化^{60}Co 的β衰变实验

吴健雄（1912-1997，江苏浏河人）：

1930年进中央大学，1934年毕业，到浙江大学任助教。

1936年去美国留学，没去密西根，留在了伯克利（开明，学术活跃，男女平等）。名义导师E.Lawrence, 实际指导赛格瑞。

1942年与袁家骝结婚。

1942年，美国一流大学中没有女的物理教席；1943年成为普林斯顿有史以来第一位女性讲师（Lawrence）推荐。1944年到哥伦比亚大学，从事与核武器有关的工作。1946-1952年，从事β衰变研究，世界著名。1952年哥大副教授。转向粒子物理。

1956年早春（5月里的某一天），与李政道商量测量宇称不守恒的方法。提出^{60}Co极化方法。验证^{60}Co基态自旋为5而不是4。与国家标准局（Ambler,Hudson,Hayward,Hoppes)合作获得低温系统。生长硝酸铈镁大单晶。1956年12月试验，1957年1月9日完全确定（立即讨论并投出稿件，PR在1月15日收到，2月15日letter发表）。1月11日，哥伦比亚大学会议（李、杨主持）。1月15日下午，哥伦比亚大学物理系发布消息。1月底，美国物理学会纽约年会。

4. β衰变中粒子的螺旋性

上面介绍的极化核^{60}Co的实验表明了在β 衰变中宇称守恒定律的失效。与此相关，由理论可以得出，在β 衰变中放出的中微子和电子没有确定的内禀宇称，它们具有一定的螺旋性，也就是说是纵向极化的。具有固定的纵向极化的粒子就没有内禀宇称。关于这一结论，我们可以作如下理解。例如中微于是纵向极化的。如前所述，迄今人们认为反中微子的自旋方向与运动方向相同，即它是右旋粒子，以 $\bar{\nu}^{R}$表示；中微子的自旋方向与运动方向相反，即它是左旋粒子，以ν^{L}表示。

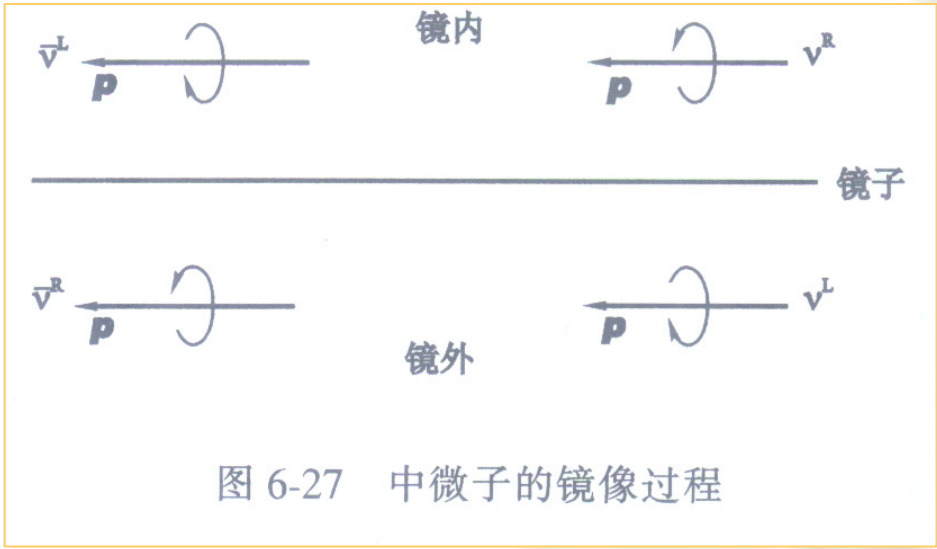


图 6-27　中微子的镜像过程

如果中微子有确定的内秉宇称，说明它的内部宇称守恒，则它的镜象粒子应当等概率的出现。

然而，镜象粒子——左旋反中微子 $\bar{\nu}^L$ 和右旋中微子 ν^R 在世界上是不存在的，及镜外状态是实在的，镜内状态则是虚构的。这表明中微子只存在两个状态 $|\bar{\nu}^R\rangle$ 和 $|\nu^L\rangle$，它们的空间反演态 $|\bar{\nu}^L\rangle$ 和 $|\nu^R\rangle$ 并不存在。于是得出结论：中微子没有内禀宇称。关于中微子只存在两个状态的理论称为二分量中微子理论。该理论是在 **1957** 年宇称不守恒发现后不久分别由李政道、杨振宁和朗道提出的。理论预言，中微子两个状态的螺旋性 $\mathscr{H}=\pm 1$。由二分量中微子理论还可得出：β 粒子也是纵向极化的，其螺旋性 $\mathscr{H}=\pm\frac{\upsilon}{c}$，此处 υ 是 β 粒子的速度。随后进行了一系列实验，证实二分量中微子理论的正确性。

生物手性问题：

自然界中的氨基酸有左和右手性两种对映构体，而组成蛋白质的α-氨基酸却几乎都是左手性的。

天然糖中有左和右两种手性糖，而核糖核酸 **RNA** 和脱氧核糖核酸 **DNA** 中的核糖却全都是有右手性。

习　题

6-1．利用核素质量，计算 $^{3}_{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{3}_{2}\mathrm{He}$ 的 β 谱的最大能量 E_{m}。

6-2．$^{47}_{23}\mathrm{V}$ 既可产生 β^{+} 衰变，也可产生 K 俘获，已知 β^{+} 的最大能量为 1.89 MeV，试求 K 俘获过程放出的中微子的能量 E_{ν}。

6-3．样品中含 RaE 4.00 mg，实验测得半衰期为 5.01d，放出 β 粒子的平均能量为 0.337 MeV，试求样品的能量辐射率 W。

6-4．设在标准状态下的 2.57 cm^{3} 的氚气样品中，发现每小时放出 0.80 J 的热，已知氚的半衰期为 12.33 a，试求：(a) 衰变率 D；(b) β 粒子的平均能量 $\overline{E}_{\beta}$；(c) $\overline{E}_{\beta}$ 与 β 谱的最大能量 E_{m} 之比 $\overline{E}_{\beta}/E_{\mathrm{m}}$。

6-5．$^{7}_{4}\mathrm{Be}\xrightarrow{\mathrm{K}}{}^{7}_{3}\mathrm{Li}$ 的衰变能 $E_{\mathrm{d}}=0.87$ MeV，试求 $^{7}_{3}\mathrm{Li}$ 的反冲能 E_{R}。

6-6．$^{32}\mathrm{P}$ 的 β 粒子最大能量 $E_{\mathrm{m}}=1.71$ MeV，计算放出 β 粒子时原子核的最大反冲能 E_{Re} 和发射中微子时核的最大反冲能 $E_{\mathrm{R}\nu}$。

6-7．放射源 $^{74}_{33}\mathrm{As}$ 有：(a) 两组 β^{-} 电子，其最大能量和分支比为 0.69 MeV，16%和 1.36 MeV，16%，后者为相应至 $^{74}_{34}\mathrm{Se}$ 基态之衰变；(b) 两组 β^{+} 电子，其最大能量和分支比为 0.92 MeV，25%和 1.53 MeV，2.8%，后者为相应至 $^{74}_{32}\mathrm{Ge}$ 基态之衰变；(c) 两组单能中微子：1.93 MeV，38%和 2.54 MeV，2.2%。试作出 $^{74}_{33}\mathrm{As}$ 的衰变纲图，并求该放射源所放出的 γ 射线的能量。（已知 Ge 的 K 电子结合能为≈0.01 MeV。）

6-8．计算 $^{24}\mathrm{Na}$ 的 β^{-} 衰变的 β 粒子最大能量 E_{m}，为什么在实验中没有观察到达这组能量的 β 粒子？

6-9．试判断下列 β 衰变的级次：

母　核	衰　变　类　型	自　旋　和　宇　称	
		始　态	末　态
$^{1}_{0}\mathrm{N}$	β^{-}	$\frac{1}{2}^{+}$	$\frac{1}{2}^{+}$
$^{17}_{9}\mathrm{F}$	β^{+}	$\frac{5}{2}^{+}$	$\frac{5}{2}^{+}$
$^{55}_{26}\mathrm{Fe}$	EC	$\frac{3}{2}^{-}$	$\frac{5}{2}^{-}$
$^{75}_{32}\mathrm{Ge}$	β^{-}	$\frac{1}{2}^{-}$	$\frac{3}{2}^{-}$
$^{87}_{37}\mathrm{Rb}$	β^{-}	$\frac{3}{2}^{+}$	$\frac{3}{2}^{+}$
$^{91}_{39}\mathrm{Y}$	β^{-}	$\frac{1}{2}^{-}$	$\frac{5}{2}^{+}$

6-10．对于 $^{42}_{21}\mathrm{Sc}\xrightarrow[0.68\mathrm{s}]{\beta^{+}}{}^{42}_{20}\mathrm{Ca}$，查表得 $f(Z,E_{\mathrm{m}})=10^{3.3}$，并已知子核的能级特性为 0^{+}。试求 $\log fT_{1/2}$ 值，并以此判断母核的能级特性。

6-11．由磁谱仪测得 ^{32}P 的β 谱的实验数据如下：强度正比于单位 $H\rho$间隔的电子数。

$B\rho\times10^3$ / T·m	强　　度 (相对单位)	$B\rho\times10^3$ / T·m	强　　度 (相对单位)
0.5	14	4.0	91
1.0	27	4.5	82
1.5	42	5.0	68
2.0	58	5.5	49
2.5	76	6.0	31
3.0	91	6.5	12
3.5	94	7.0	3

试求(a) 电子的动量分布图；(b) 电子的能量分布图；(c) 库里厄图（设库仑改正因子为常量）；(d) β 谱的最大能量 E_{m}。

6-12．已知 ^{15}N 的结合能为 115.49 MeV，^{15}O 的 β^+ 衰变能为 1.73 MeV，中子的 β^- 衰变能为 0.78 MeV，试求 ^{15}O 的结合能。

X 6-13．已知 ^{43}Ti 的 β^+ 衰变能为 5.846 MeV，试求核半径常量 r_0 值。

6-14．已知 ^{40}K 的 β^- 衰变的 $\log fT_{1/2}$=18.1，并由库里厄图得知此跃迁为唯一型，试求 ^{40}K 的能级特性，并分析为什么实验上几乎观测不到 ^{40}K 的 β^+放射性。

6-15．试论证 β 衰变中只放出一个而不是几个中微子。