

第9章习题

(课后习题都录入了, 按照要求做!)

1.1、考虑一处于平衡增长路径上的索洛经济, 为了简单, 假定无技术进步。现在假定人口增长率下降。

(a)处于平衡增长路径上的每工人平均资本、每工人平均产量和每工人平均消费将发生什么变化? 画出经济向其新平衡增长路径移动的过程中这些变量的路径。

(b)说明人口增长率下降对产量路径(总产量, 而非每工人平均产量)的影响。

1.2、假定生产函数为柯布—道格拉斯函数。

(a)将 k^* 、 y^* 和 c^* 表示为模型的参数 s 、 n 、 δ 、 g 和 a 的函数。

(b)k黄金律值是多少?

(c)为得到黄金律资本存量, 所需的储蓄率是多少?

1.3、考虑不变替代弹性(CES)生产函数, $Y = [K^{(\sigma-1)/\sigma} + (AL)^{(\sigma-1)/\sigma}]^{\sigma/(\sigma-1)}$, 其中 $0 < \sigma < \infty$ 且 $\sigma \neq 1$ 。(为资本和有效劳动之间的替代弹性。在 $\sigma = 1$ 的特殊情况下, CES函数成为柯布—道格拉斯函数。)

(a)证明: 该生产的函数为规模报酬不变的。

(b)求出该生产函数的密集形式。

(c)在什么条件下该密集形式满足 $f'(\cdot) > 0$, $f''(\cdot) < 0$?

(d)在什么条件下该密集形式满足稻田条件?

1.4、若一经济中有技术进步但无人口增长, 且处于平衡增长路径上。现在假定工人数有一次性上升。

(a)在上升之时, 每单位有效劳动的平均产量是上升、下降, 还是不变? 为

什么？

(b)当新工人出现，在每单位有效劳动的平均产量的初始变动(如果有)之后，每单位有效劳动的平均产量是否会进一步变化？如果会，是上升还是下降？为什么？

(c)一旦经济重新回到一平衡增长路径，每单位有效劳动的平均产量是高于、低于还是等于新工人出现前的水平？为什么？

1.5、求平衡增长路径上每单位有效劳动的平均产量 y^* 对人口增长率 n 的弹性。如果 $a_K(k^*) = 1/3$, $g = 2\%$, $s = 3\%$, 则当 n 从2%降至1%时, y^* 上升多少？

1.6、假定尽管存在政治障碍，美国还是永久性地将其预算赤字从GDP的3%降至0。假定开始时 $s = 0.15$ ，且投资的上升量正好等于赤字的下降量。假定资本的收入份额为1/3。

(a)与赤字不下降的情形相比，产量最终将上升大约多少？

(b)与赤字不下降的情形相比，消费将上升多少？

(c)赤字下降对消费的最初影响是什么？若要消费回到赤字不下降时的水平，约需多长时间？

1.7、索洛模型中的要素收入。假定对资本和劳动均按其边际产品支付报酬，用 w 表示 $\partial F(K, AL) / \partial L$ ， r 表示 $\partial F(K, AL) / \partial K$ 。

(a)证明：劳动的边际产品 w 为 $A[f(k) - kf'(k)]$ 。

(b)证明：如果劳动和资本均按其边际产品取得报酬，规模报酬不变意味着：生产要素总收入等于总产量。即在规模报酬不变的情形下， $wL + rK = F(K, AL)$ 。

(c)卡尔多(1961年)列出的另外两个关于增长的特征事实是：资本报酬率 r 近似不变；产量中分配向资本和劳动的比例也各自大致不变。处于平衡增长路径上的索洛经济是否表现出这些性质？在平衡增长路径上， w 和 r 的增长率是多

少？

(d) 假定经济开始时, $k < k^*$ 。随着 k 移向 k^* , w 的增长率高于、低于还是等于其在平衡增长路径上的增长率？对 r 来说, 结果又是什么呢？

1.8、假定与 1.7 一样, 资本和劳动被付以其边际产品。另外, 假定所有资本收入被储蓄, 所有劳动收入被消费。这样, $K'(t) = [\partial F(K, AL) / \partial K]K - K(t)$

(a) 证明：这一经济收敛于一平衡增长路径。

(b) 处于该平衡增长路径上的 k 是大于、小于还是等于 k 的黄金律水平？如何直观地理解这一结果？

1.9、哈罗德 — 多马模型。假定生产函数为里昂惕夫函数：

$Y(t) = \min[c_K K(t), c_L e^{gt} L(t)]$, 其中 c_K 、 c_L 和 g 均为正。与索洛模型一样, $L'(t) = n L(t)$, $K'(t) = s Y(t) - K(t)$ 。最后, 假定 $c_K K(0) = c_L L(0)$ 。

(a) 在什么条件下, 对于所有 t , 有 $c_K K(t) = c_L e^{gt} L(t)$ ？如果 c_K 、 c_L 、 g 、 s 和 n 由不同因素决定, 有无理由期望这一条件成立？

(b) 如果 $c_L e^{gt} L(t)$ 的增长快于 $c_K K(t)$ 的增长(且如果将过剩劳动力算作失业), 那么失业率随时间的变动将受到什么样的影响？

(c) 如果 $c_K K(t)$ 的增长快于 $c_L e^{gt} L(t)$ 的增长(且如果将过剩资本算作未被利用), 那么资本存量中被利用部分所占比例随时间的变动将受到什么影响？

1.10、可持续增长问题。从马尔萨斯开始, 就有人认为：某些生产要素(其中土地和自然资源最受重视)的供给是有限的, 最终必然将使经济增长停滞下来。本题要求你在索洛模型的框架下探讨这一观点。设生产函数为： $Y = K(A L)^{\alpha} R^{1-\alpha}$, 其中 R 为土地数量。假定： $\alpha > 0$, $\alpha < 1$, 且 $\alpha + \alpha < 1$, 生产要素按照： $K'(t) = s Y(t) - K(t)$, $A'(t) = g A(t)$, $L'(t) = n L(t)$ 和 $R'(t) = 0$ 变动。

(a)该经济是否有唯一且稳定的平衡增长路径？也就是说，该经济是否收敛于这样一种情形： Y 、 K 、 L 、 A 和 R 均以不变(但不必相同)的速率增长？如果是这样，其增长率各为多少？若非如此，为什么？

(b)根据你的答案，土地存量不变，这一事实是否意味着：持续增长是不可能的？请加以解释。

1.11 技术进步的体现。(来自索洛, 1960年, 萨托, 1966年)关于技术进步的一个观点是, t 时建造的资本品, 其生产率决定于 t 时的技术状态, 且不受随后的技术进步的影响。这被称作被体现的技术进步(技术进步在提高产量之前必须被体现于新资本品之中)。本题请你探讨其影响。

(a)作为第一步, 我们修改基本索洛模型, 以使技术进步为资本增进型, 而非劳动增进型。为使一平衡增长路径存在, 假定生产函数为柯布—道格拉斯生产函数: $Y(t) = [K(t)A(t)]^a L(t)^{1-a}$, 假定 A 的增长率为 μ : $\dot{A}(t) = \mu A(t)$, 证明该经济收敛于一平衡增长路径, 并求出平衡增长路径上 Y 和 K 的增长率。(提示: 我们可把 $Y/(A L)$ 写为 $K/(A L)$ 的一个函数, 其中 $\alpha = a/(1-a)$ 。然后分析 $K/(A L)$ 的动态学。)

(b)现在考虑被体现的技术进步。令生产函数为 $Y(t) = J(t)^a L(t)^{1-a}$, 其中 $J(t)$ 为有效资本存量。 $J(t)$ 的动态学由 $\dot{J}(t) = s A(t) Y(t) - \delta J(t)$ 给定, 此表达式中 $A(t)$ 项的出现意味着 t 时投资的生产率取决于 t 时的技术。证明这一经济收敛于一平衡增长路径。在此平衡增长路径上 Y 和 J 的增长率是多少? (提示: 令 $\tilde{J}(t) = J(t)/A(t)$ 。然后用(a)问的方法, 着重考虑 $\tilde{J}/(A L)$ 而非 $K/(A L)$ 。)

(c)平衡增长路径上产量对 s 的弹性是多少?

(d)在平衡增长路径的邻近, 经济向平衡增长路径收敛得有多快?

(e)将从(c)和(d)问中所得结果跟基本索洛模型中的相应结果作一对比。

1.12、考虑一处于平衡增长路径上的索洛经济。假定将 9.5 节所述的增长因素分析方法用于此经济。

(a)在每工人平均产量的增长率中,增长因素分析认为多大比例是由于每工人平均资本的增长?多大比例是由于技术进步?

(b)你如何把你从(a)中得出的结论与如下情况相调和:索洛模型表明,平衡增长路径上每工人平均产量增长率唯一地决定于技术进步率。