

第 8 章 光在晶体中的传播

8.1 晶体双折射

- 晶体简介
- 双折射现象
- 单轴晶体中 o 光、e 光波面
- 晶体中的惠更斯作图法
- 两个重要情形
- 小结

birefringence, ordinary light,
extraordinary light, uniaxial crystal,
biaxial crystal, principal section of crystal,
principal plane of crystal.

● 晶体简介

外形有一定规则性或对称性，

内部 原子排列 有序、周期性，

规则有序结构 导致 物理性质的各向异性

——热传导的各向异性，

电导、极化、磁化的各向异性，

光速的各向异性。

光在晶体中的传播

—— 光在各向异性介质中的传播。

* 《固体物理》、〈晶格几何理论〉表明：

7 种晶系——14 种晶格、32 种点群，

▲ 单轴晶体：三角晶系，四角晶系，六角晶系，

如 冰洲石 CaCO_3 —— 方解石之一种，

红宝石、石英、...

▲ 双轴晶体：单斜晶系，三斜晶系，正交晶系，

如 蓝宝石、云母、...

▲ 立方晶系——各向同性介质，

如 食盐 NaCl 晶粒。

● 双折射现象

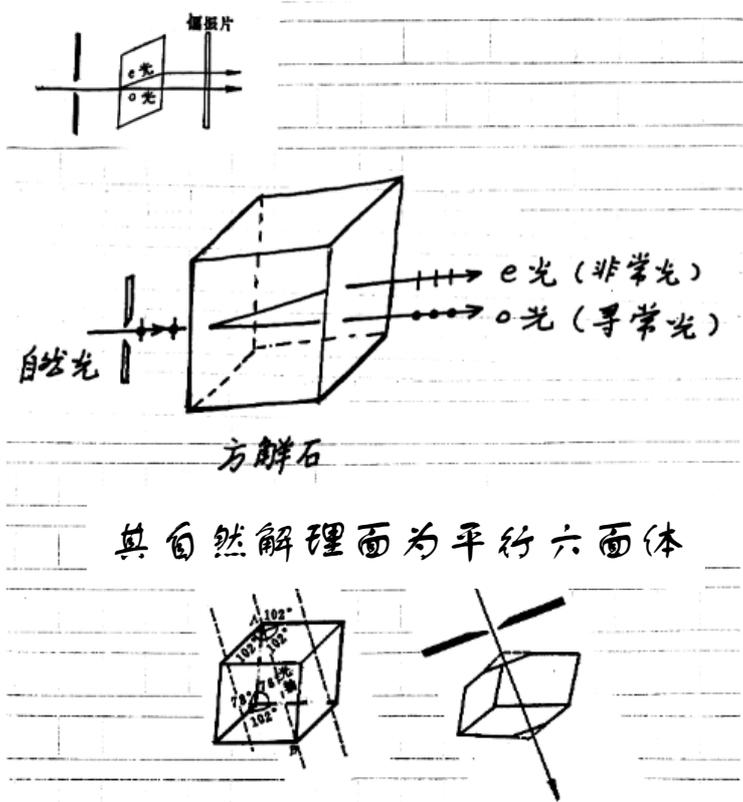


图 8-1

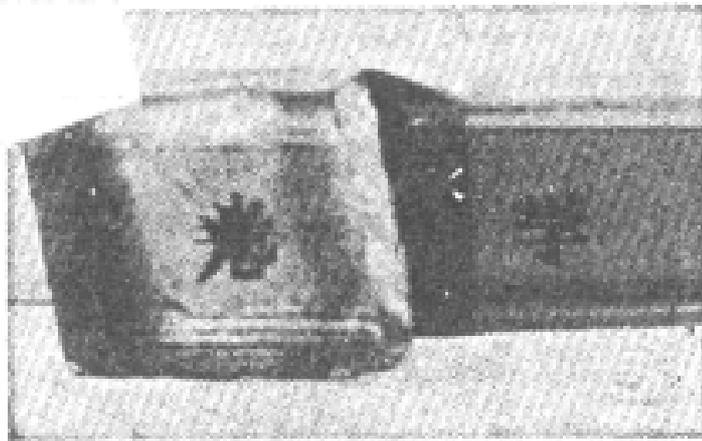


图 8-2 冰洲石双折射现象的图片

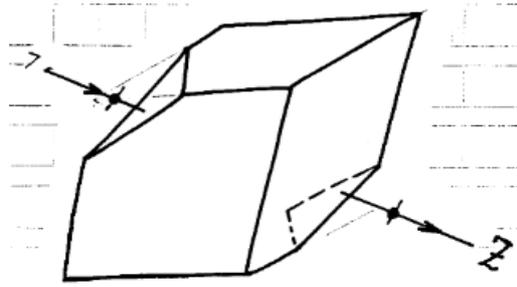


图 8-3

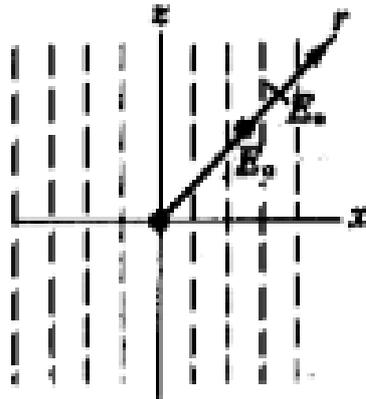
* 光轴

单轴晶体，存在一个特殊方向 —— 光轴，
光沿光轴方向传播不发生双折射。

冰洲石 光轴方向 —— 平行于两个钝棱角的
对角线方向。

($102^\circ, 102^\circ, 102^\circ$)

● o 光波面与 e 光波面 —— 惠更斯模型。



体内一点源，
沿任意方向 \vec{r} 考察波
传播行为，应分别
o 振动、e 振动而论。

图 8-4

$\left\{ \begin{array}{l} \text{o 振动, 光矢量 } \vec{E}_o(t) \perp \text{主平面 } (\vec{Z}, \vec{r}); \\ \text{e 振动, 光矢量 } \vec{E}_e(t) \parallel \text{主平面 } (\vec{Z}, \vec{r}). \end{array} \right.$

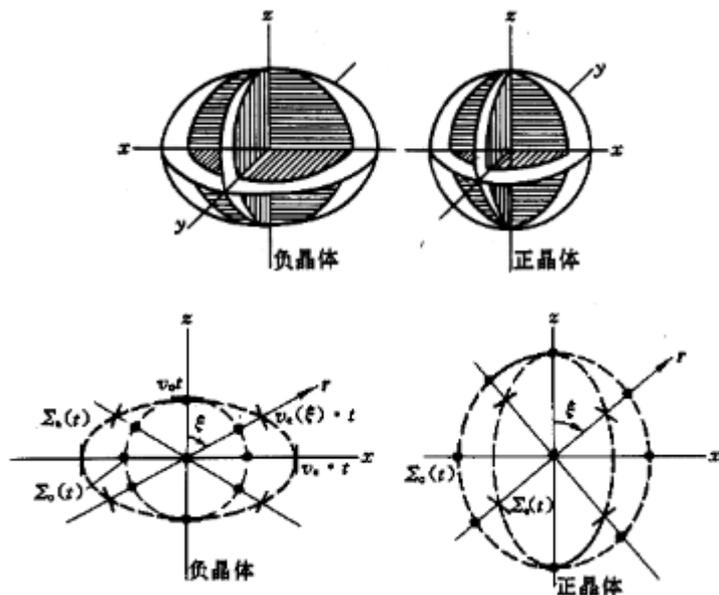


图 8-5

冰洲石（负晶体）

石英（正晶体）

$$v_e(\xi) \geq v_o,$$

$$v_e(\xi) \leq v_o.$$

或 $n_e(\xi) \leq n_o,$

$$n_e(\xi) \geq n_o.$$

$$\left(n = \frac{c}{v}\right)$$

(1) o 振动传播规律 ——

各向同性，o 光波面 $\Sigma_o(t)$ 为球面，

(2) e 振动传播规律 ——

各向异性，e 光波面 $\Sigma_e(t)$ 为旋转椭球面，
 转轴为光轴；两套波面相切于光轴方向。

* 主折射率 n_o 与 n_e ,

对于 e 光,	冰洲石	石英
$\left\{ \begin{array}{l} n_e(0) = n_o, \\ n_e(\pi/2) = n_e \end{array} \right.$	1.65836	1.54425
	1.48641	1.55336
	$\sim 10\%$,	$\sim 5\%$,

对于 负晶体

$$n_o \geq n_e(\xi) \geq n_e,$$

对于 正晶体

$$n_o \leq n_e(\xi) \leq n_e.$$

如何 由主折射率 (n_o, n_e) 导出 $n_e(\xi)$,

留待下节。

其实, 主折射率有 3 个

$$(n_x, n_y, n_z),$$

对于单轴 $n_x = n_y = n_e, \quad n_z = n_o.$

如何由主折射率 n_o 、 n_e ，导出 e 光沿任意方向 $n_e(\xi)$ 函数，正是下一节——单轴晶体的一组光学公式，要解决的问题。

* 深化认识 晶体光学的各向异性

表观认识：

$$n_o, n_e(\xi), n_e$$

或 $v_o, v_e(\xi), v_e$ $v_e(\xi) = \frac{c}{n_e(\xi)}$

进一步认识：着眼于横振动 \vec{E}_o 、 \vec{E}_e 的方向——与光轴 \vec{z} 的取向不同，因而有不同的传播速度——更深入地反映了光波与晶体的相互作用；传播速度的各向异性反映了这种相互作用的各向异性。

● 晶体中的惠更斯作图法.

微观上的次波面，它们的包络面
——宏观波面。

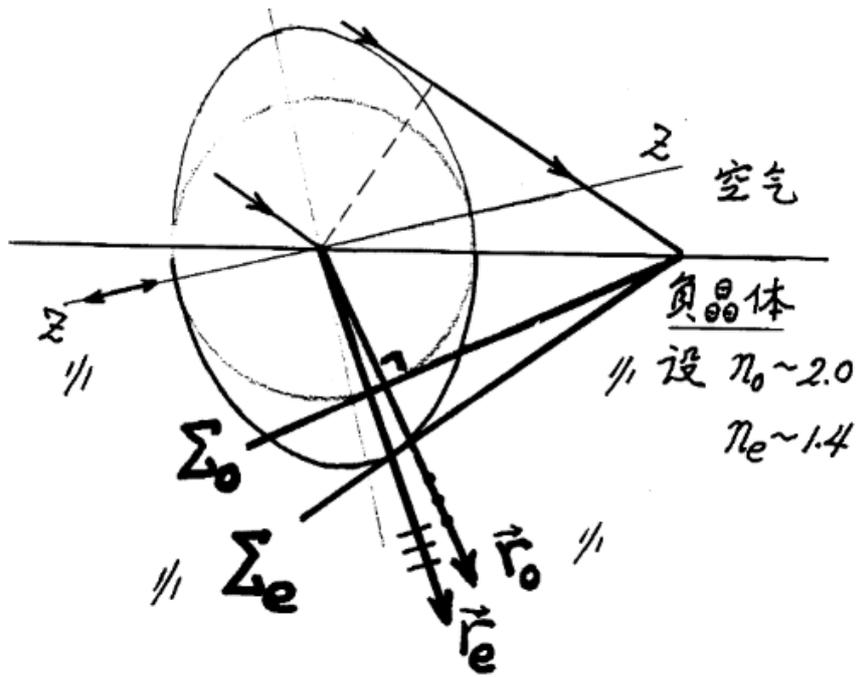


图 8-6

这里是

主截面 (\vec{Z}, \vec{N}_s) 与入射面 (\vec{r}_i, \vec{N}_s) 重合，

于是 主平面 (\vec{Z}, \vec{r}_o) 或 (\vec{Z}, \vec{r}_e) 与前者均重合。

否则 人手工描绘困难；电脑绘制也许可为。

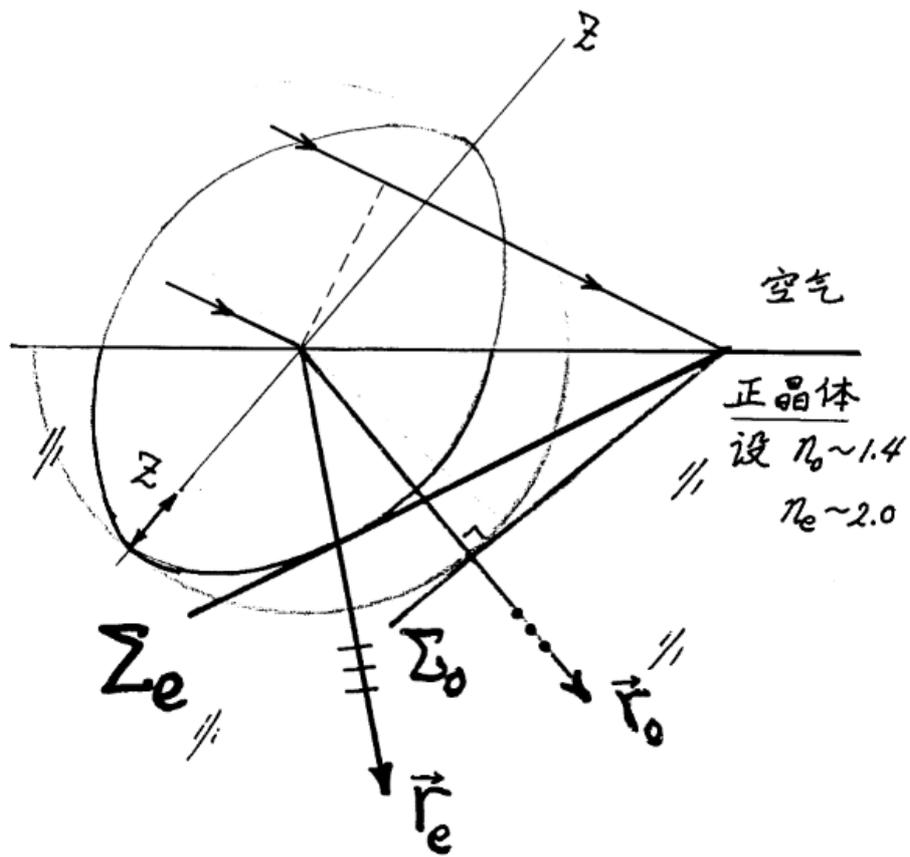


图 8-7

* 甚至, 可能出现

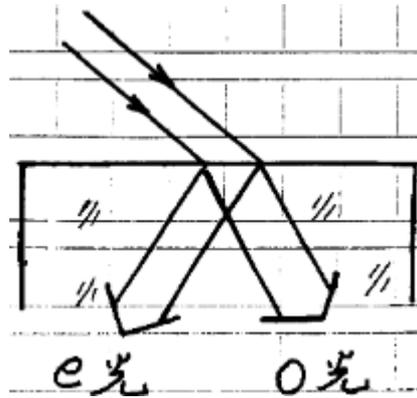


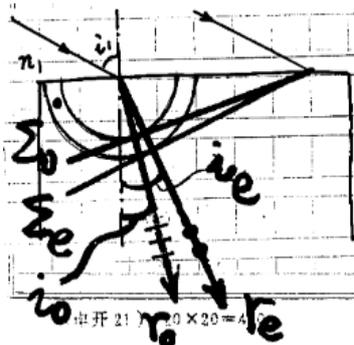
图 8-8

总之, (1) o 光满足通常的折射定律 (Snell 形式), e 光的折射方向不具有 Snell 定律的形式。

(2) o 光线与其波面 Σ_o 正交, 而 e 光线 \vec{r}_e 与其波面不正交, 或者说, 一般情形下, e 光波的射线方向与其波面法线方向并不一致。

* 例外的一种情况:

(光轴 \perp 入射面), 即 主截面 \perp 入射面.



有 $n_1 \sin i_1 = n_0 \sin i_0$,

且 $n_1 \sin i_1 = n_e \sin i_e$ 成立.

图 8-9

• 两个重要情形 —— 皆为厚度均匀晶片

(1) 光轴平行表面、光束正入射，

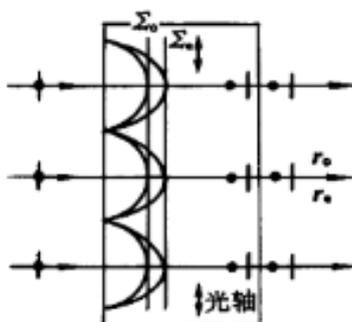


图 8-10 晶片厚度均匀、光轴平行表面且光束正入射情形

可见，o 光、e 光出射方向一致，表观上无双折射，却内涵双折射，两者在体内传播的光程不等 $(n_o d - n_e d) \neq 0$ 。这将被应用于 产生或检验 圆偏光、椭圆偏光。

(2) 光轴任意、光束正入射，

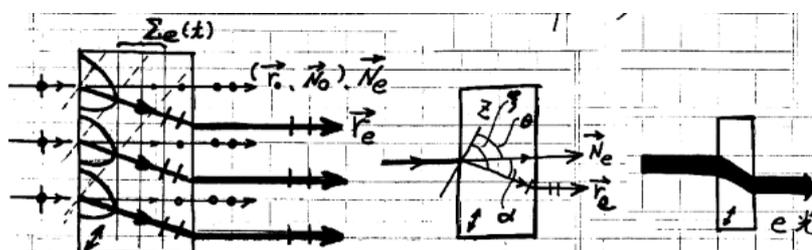


图 8-11

可见，体内 Σ_e 面法线方向 \vec{N}_e 与射线方向 \vec{r}_e 不一致，两者分离角 α ；而 Σ_e 面依然 // 晶片表面，不论光轴如何取向——这有明显的实用意义。

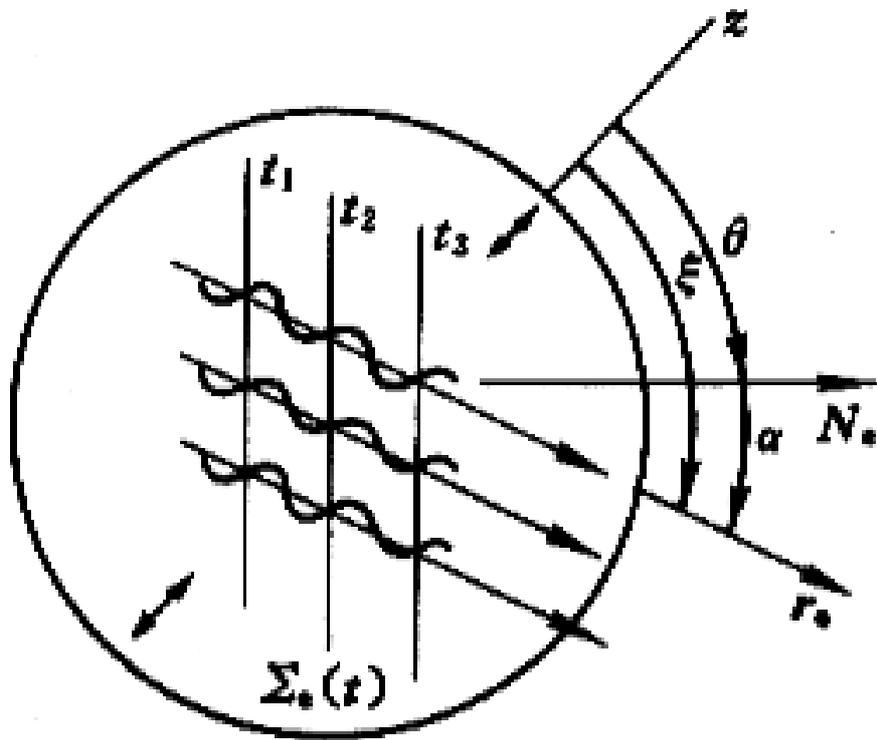


图 8-12

- 注意** (1) 射线 \vec{r}_e 方向 即是
能流方向, 扰动传播方向, 相位传播方向。
- (2) 波面 Σ_e 法线 \vec{N}_e 方向 在这里
仅具有几何意义。

● 小结

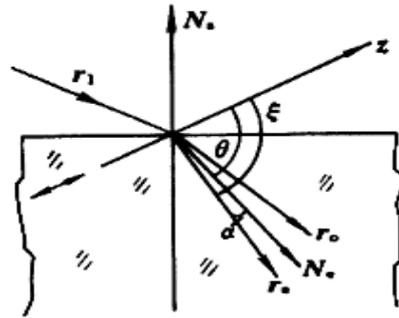


图 8-13 单轴晶体光学中的点、线、面和角

综上所述，对应于单轴晶体表面的一个入射点，计有 6 个方向、4 个面和 3 个角，值得人们注意，参见图 8.8:

- 6 个方向：入射光线方向 \vec{r}_1 ，表面法线方向 \vec{N}_s ，晶体光轴方向 \vec{z} ，体内 o 光射线方向 \vec{r}_o ，体内 e 光射线方向 \vec{r}_e ，体内 e 光波面 Σ_e 法线方向 \vec{N}_e ；
- 4 个面：入射面 (\vec{r}_1, \vec{N}_s) ，晶体主截面 (\vec{N}_s, \vec{z}) ，o 光主平面 (\vec{r}_o, \vec{z}) ，e 光主平面 (\vec{r}_e, \vec{z}) ；
- 3 个角： \vec{r}_e 与光轴 \vec{z} 之夹角 ξ ， \vec{N}_e 与光轴 \vec{z} 之夹角 θ ， \vec{r}_e 与 \vec{N}_e 之夹角 α 。

8.2 单轴晶体光学公式 双轴晶体

- 射线速度 \vec{v}_r 和波法向速度 \vec{v}_N
- 速度各向异性公式
- 速度倒数面 —— 折射率椭球面
- 来自电磁理论的补充内容
- 双轴晶体简介
- 例题 4 —— 求斜入射斜光轴时 e 光折射角

● \vec{v}_r 、 \vec{v}_N 定义与意义

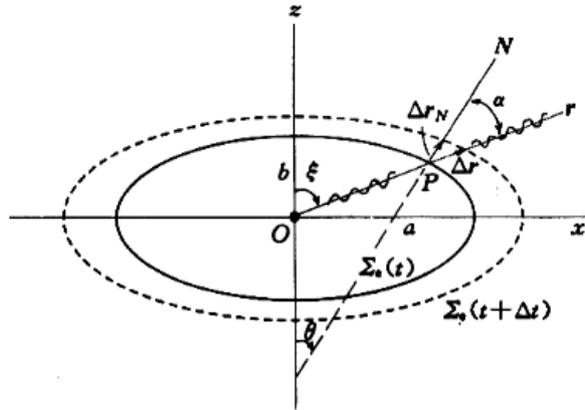


图 8-14 e 光波面的运动图像

考察波面 $\Sigma_e(t)$ —— 随时间在空间的推移。

出发点 —— 惠更斯模型。

$\Sigma_e(t)$ 为旋转椭球面，其主（轴）速度为

$$(v_x, v_y, v_z) = (v_e, v_e, v_o),$$

即 (xz) 面内，椭圆方程

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

其中 $a = v_e t$, $b = v_o t$.

提取“速度”概念， $\Sigma_e(t) \rightarrow \Sigma_e(t + \Delta t)$.

(1) 射线速度 $\vec{v}_r \equiv \frac{d\vec{r}}{dt}$, 具有物理意义。

(2) 法线速度 $\vec{v}_N \equiv \frac{d\vec{r}_N}{dt}$, 具有几何意义。

* \vec{v}_r 与 \vec{v}_N 之关系

对场点 P 而言,

$$\begin{cases} v_N(p) = v_r(p) \cdot \cos \alpha, & \alpha = (\xi - \theta). \\ \tan \theta = \frac{n_e^2}{n_o^2} \tan \xi. \end{cases}$$

可见, (1) $v_N \leq v_r$,

$$(2) \xi \text{ 从 } 0^\circ \longrightarrow \pi/2,$$

$$\text{有 } \theta \quad 0^\circ \longrightarrow \pi/2,$$

$$\alpha \quad 0^\circ \longrightarrow 0^\circ.$$

其间出现极大值 α_M —— 最大分离角,

当 $\tan \theta_0 = \frac{n_e}{n_o}$ 时, 出现 α_M , 满足

$$\tan \alpha_M = \frac{n_o^2 - n_e^2}{2n_o n_e}.$$

数字例题, 钠黄光, 冰洲石.

$$n_o = 1.65836, \quad n_e = 1.48641,$$

$$\text{有 } \theta_0 \approx 42^\circ, \quad (41.87^\circ)$$

$$\alpha_M \approx 7^\circ, \quad (6.95^\circ)$$

* 导出 $\theta-\xi$ 关系 (备考):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1,$$

$$\frac{1}{a^2} 2x dx + \frac{1}{b^2} 2z dz = 0,$$

于是, 切线斜率:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x}{z} \\ &= -\frac{n_e^2}{n_o^2} \cdot \tan \xi, \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} a = v_e t = \frac{c}{n_e} t \\ b = v_o t = \frac{c}{n_o} t \end{array} \right.$$

而其法线斜率, 若以 θ 角表示, 当为

$$\begin{aligned} \tan \theta &= -\frac{dz}{dx} \\ &= \frac{n_e^2}{n_o^2} \tan \xi. \quad \text{证毕.} \end{aligned}$$

● **速度各向异性** $v_r(\xi)$ 公式

由 $r^2 = x^2 + z^2$ ，以改写波面椭圆方程为极坐标形式，

$$r^2(\xi) = \frac{a^2 b^2}{a^2 \cos^2 \xi + b^2 \sin^2 \xi}$$

$$= \frac{v_o^2 v_e^2}{v_e^2 \cos^2 \xi + v_o^2 \sin^2 \xi} \cdot t^2,$$

于是，射线速度各向异性公式为

$$v_r^2(\xi) = \left(\frac{r(\xi)}{t} \right)^2 = \frac{v_o^2 v_e^2}{v_e^2 \cos^2 \xi + v_o^2 \sin^2 \xi}.$$

它符合椭圆方程。

速度各向异性 $v_N(\theta)$ 公式

$$\text{据} \begin{cases} v_N^2(\theta) = v_r^2(\xi) \cdot \cos^2(\xi - \theta) \\ \tan \theta = \frac{n_e^2}{n_o^2} \tan \xi, \end{cases}$$

可以导出

$$v_N^2(\theta) = v_o^2 \cos^2 \theta + v_e^2 \sin^2 \theta.$$

它不符合椭圆方程。

* 导出 $v_N(\theta)$ 公式 (备考)

应用 $v_N(\theta) = v_r(\xi) \cdot \cos \alpha$ 关系式, 且 $\alpha = \xi - \theta$,

有
$$\left(\frac{v_N(\theta)}{c}\right)^2 = \frac{1}{n_e^2 \sin^2 \xi + n_o^2 \cos^2 \xi} \cos^2(\xi - \theta),$$

再应用
$$\begin{cases} \cot \xi = \frac{n_e^2}{n_o^2} \cot \theta & \text{关系式} \\ \cos^2(\xi - \theta) = (\cos \xi \cos \theta + \sin \xi \sin \theta)^2, \end{cases}$$

转化为

$$\begin{aligned} \left(\frac{v_N}{c}\right)^2 &= \frac{\left(\frac{n_e^2}{n_o^2} \cot \theta \cdot \cos \theta + \sin \theta\right)^2}{n_e^2 + \frac{n_e^4}{n_o^2} \cot^2 \theta} \\ &= \frac{\left(\frac{n_e^2}{n_o^2} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta\right)^2}{n_e^2 \sin^2 \theta + \frac{n_e^4}{n_o^2} \cos^2 \theta} \\ &= \frac{n_e^4 \left(\frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2}\right)^2}{n_e^4 \left(\frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2}\right)} \\ &= \left(\frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2}\right). \end{aligned}$$

证毕。

* 速度面

人们 为了形象地反映 $v_r(\xi)$ 、 $v_N(\theta)$ 各向异性，

在 三维空间中 画出速度面 ——

2 个自由度用以标定方向，

1 个自由度反映速度数值。

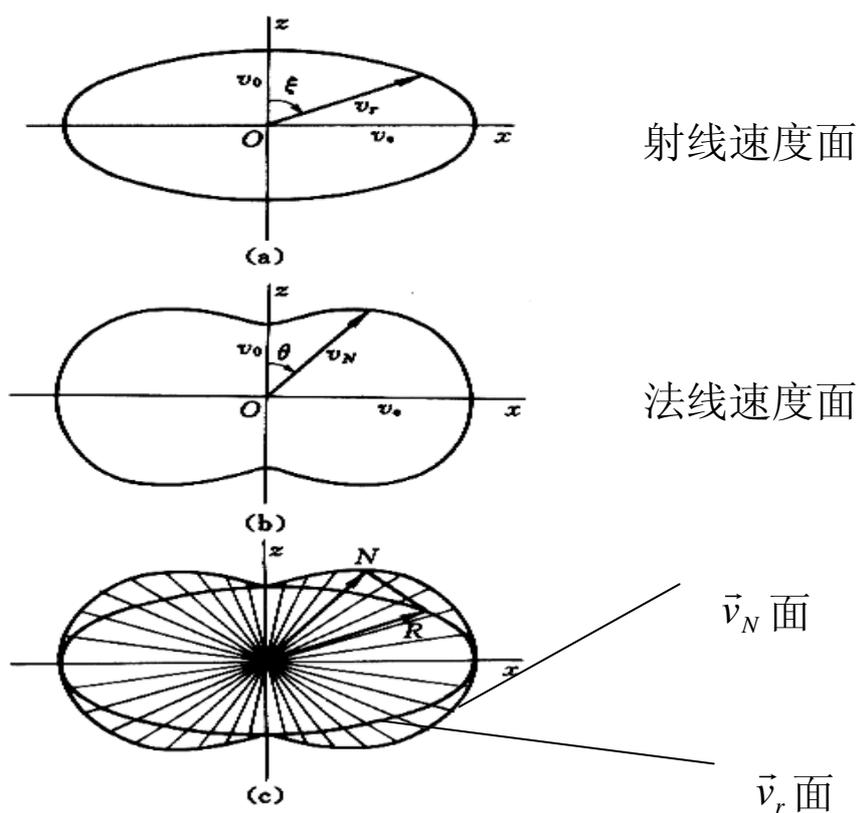


图 8-15 速度面

正确理解 v_N 面包围 v_r 面，

勿误为 $v_N \geq v_r$ ，

依旧 $v_N \leq v_r$ 。

* 值得注意

(1) 在概念上应将 $v_r(\xi)$ 面、 $v_N(\theta)$ 面与波面 $\Sigma_e(t)$ 区别开来——前者冻结于空间，而后者随时间在空间推移。

(2) 法线面称为卵形面或双叶面。它不一定出现“凹陷”。具体界限为

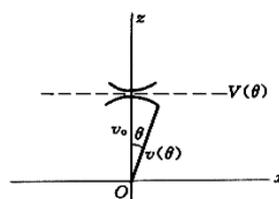
负晶体 $\frac{n_o}{n_e} > \sqrt{2}$ ，在 z 轴出现 *dip*；

正晶体 $\frac{n_e}{n_o} > \sqrt{2}$ ，在 x 轴出现 *dip*。

对此 具体证明（备考）：

虚设一个速度函数

$$v(\theta) = \frac{v_o}{\cos \theta}$$



作为参考，它是“平头”的。图 8-16 法向速度面出现凹陷的条件

考察 $(v_N^2(\theta) - v^2(\theta))$ 在 $\theta \ll 1$ 条件下

$$\begin{aligned} &= v_o^2 \cos^2 \theta + v_e^2 \sin^2 \theta - \frac{v_o^2}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{v_o^2(\cos^4 \theta - 1) + v_e^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{v_o^2(-2 \sin^2 \theta + \sin^4 \theta) + v_e^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} \end{aligned}$$

$$\approx (v_e^2 - 2v_o^2)\theta^2. \quad (\theta \ll 1. \text{ 微分量}).$$

$$\text{当 } (v_e^2 - 2v_o^2) \begin{cases} > 0. \text{ 凹;} \\ = 0. \text{ 平;} \\ < 0. \text{ 凸.} \end{cases} \quad \text{即 } \frac{n_o}{n_e} \begin{cases} > \sqrt{2}. \text{ 凹;} \\ = \sqrt{2}. \text{ 平;} \\ < \sqrt{2}. \text{ 凸.} \end{cases}$$

● 速度面的倒数面 即是 折射率面。

射线折射率

法线折射率

$$n_r \equiv \frac{c}{v_r},$$

$$n_N \equiv \frac{c}{v_N}$$

(1) 由 $v_r^2(\xi)$ 公式 得

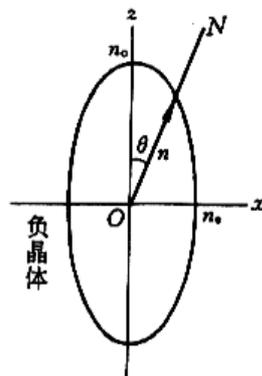
$$n_r^2(\xi) = n_o^2 \cos^2 \xi + n_e^2 \sin^2 \xi, \text{ 它倒变成卵形了。}$$

$$\text{这里 } n_o = \frac{c}{v_o}, \quad n_e = \frac{c}{v_e}.$$

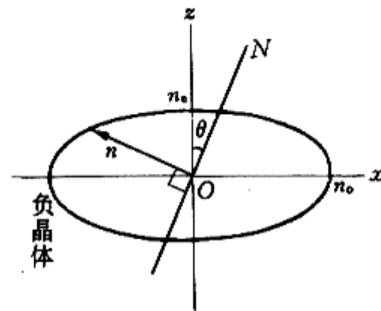
(2) 由 $v_N^2(\theta)$ 公式 得

$$n_N^2(\theta) = \frac{n_o^2 n_e^2}{n_e^2 \cos^2 \theta + n_o^2 \sin^2 \theta}, \text{ 它倒符合椭圆了。}$$

负晶体



(a) 原始画法



(b) 现行画法

图 8-17 折射率椭球面的画法

在三维空间中，法线折射率面便是

一个旋转椭球面。

不过，通常“转 90° ”画出。

4. 来自晶体光学的电磁理论的某些结论

(1) 各向异性介质中, $\vec{D} \nparallel \vec{E}$,

晶体主轴方向(XYZ), 有

$$D_x = \varepsilon_x E_x, \quad D_y = \varepsilon_y E_y, \quad D_z = \varepsilon_z E_z.$$

或

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

(3) 能流密度矢量

$$\vec{S} = (\vec{E} \times \vec{H}) \parallel \vec{r},$$

而 $(\vec{D} \times \vec{H}) \parallel \vec{N},$

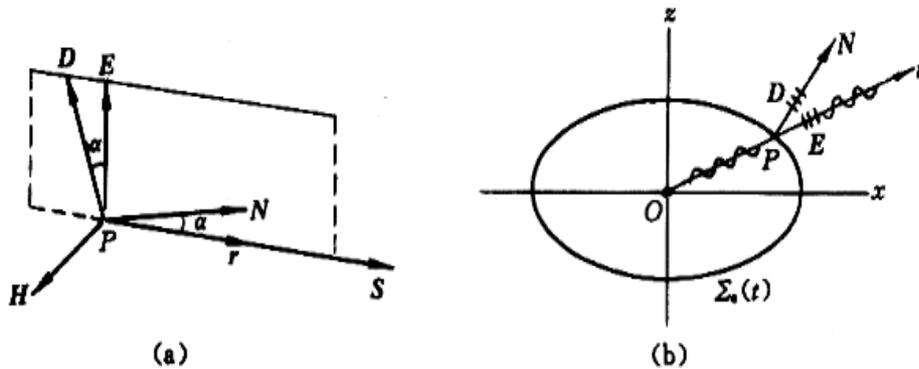
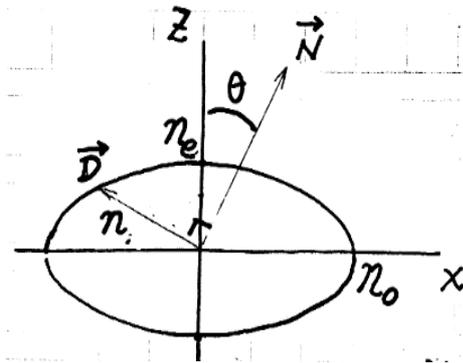


图 8-18 $(\vec{D}, \vec{E}, \vec{H})$ 方向与 (\vec{r}, \vec{N}) 方向之关系

$(\vec{D}, \vec{E}, \vec{N}, \vec{r})$ 共面

$(\vec{D}, \vec{N}, \vec{r})$ 共面

* 法线折射率椭球面的实际画法，



与 \vec{N} 正交方向
表明 \vec{D} 方向；长
度取 $n_N(\theta)$ 数值。

图 8-19

这样，便赋予该图更丰富的物理内容。

在三维空间中，折射率 $n_N(\theta)$ 椭球面方程为

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1, \quad (\text{单轴晶体})$$

* 一般折射率椭球及其应用

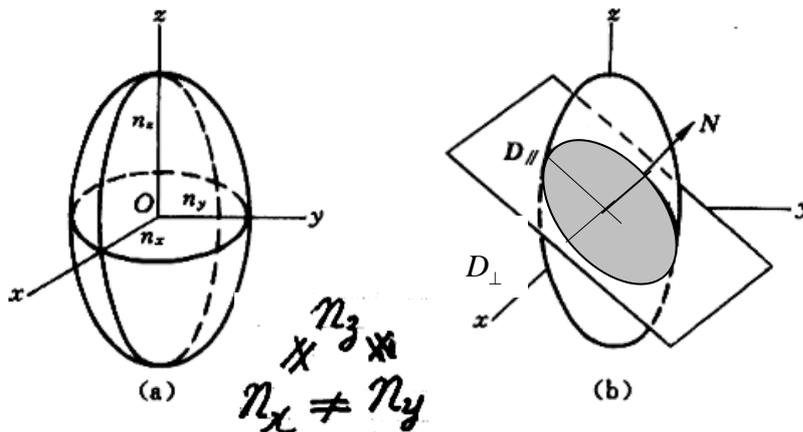


图 8-20 折射率椭球面及其应用

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{D}_{\parallel} \parallel \text{主平面} \\ \vec{D}_{\perp} \perp \text{主平面} \end{array} \right.$$

● 双轴晶体简介 (详见书 P.390-392)

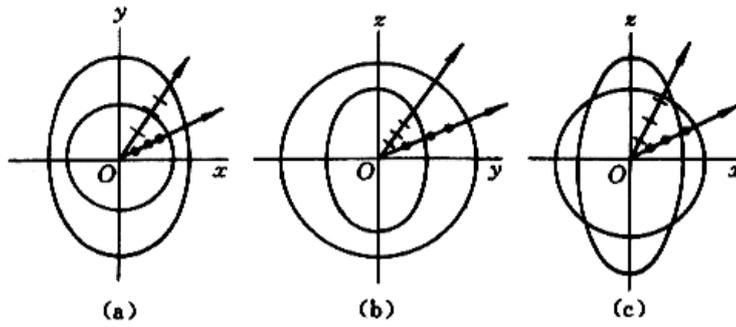


图 8-21 双轴晶体的波面在三个正交平面上的轨线

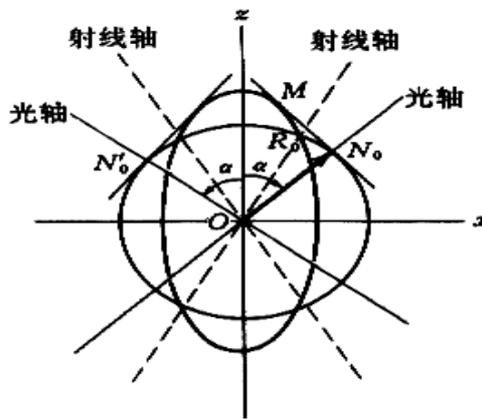
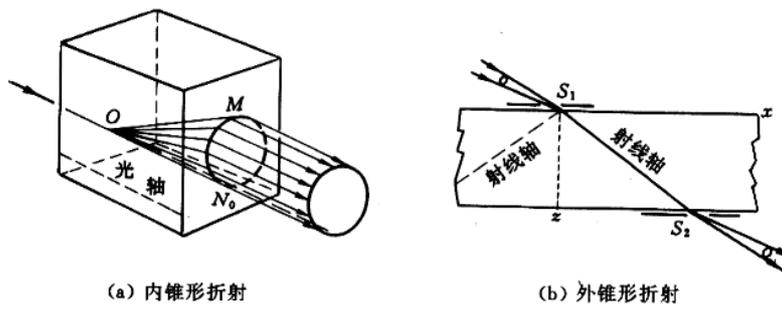


图 8-22

● 例题 4 —— 求斜入射、斜光轴时 e 光折射角

(详见书 P.392-393)



(a) 内锥形折射

(b) 外锥形折射

图 8-23 双轴晶体的锥形折射

8.3 晶体光学器件

- 晶体棱镜 • 波晶片 • 波晶片的选材
- 例题——剥离云母片的合适厚度 • 晶体补偿器

● 晶体棱镜

一般由两块按一定方式切割下来的 **晶体三棱镜** 组合而成；从空间上 分离 o 光、e 光；利用 其中一束光 用于起偏或检偏。

(1) 尼科耳棱镜 (*Nicol prism*)

改进型

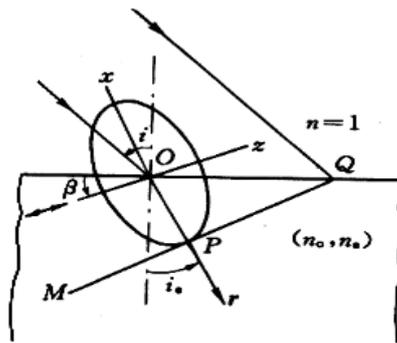


图 8-24 例题 4——求 e 光折射角

黏合剂为加拿大树胶 $n_B \approx 1.55$

o 光满足全反射，即

$$\begin{aligned}
 i_o \geq i_c &= \sin^{-1} \frac{n_B}{n_o} = \sin^{-1} \frac{n_e}{n_o} \quad (\text{钠黄光}) \\
 &= \sin^{-1} \left(\frac{1.55}{1.65836} \right) \approx 69^\circ
 \end{aligned}$$

(2) 渥拉斯顿棱镜 (Wollaston prism)

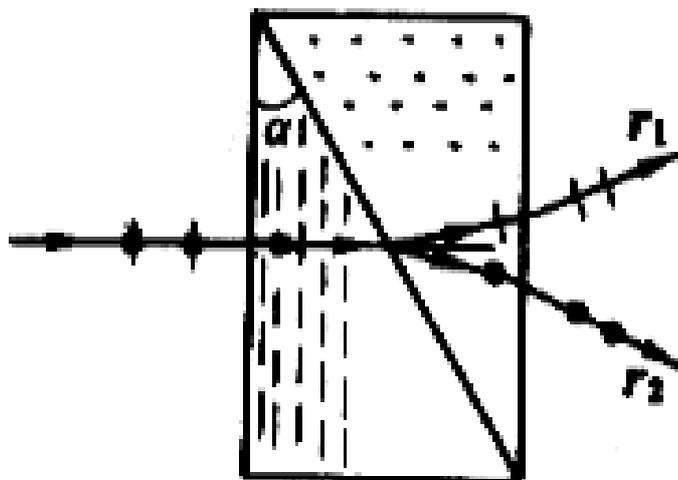


图 8-25 沃拉斯顿棱镜

冰洲石 ($n_o > n_e$)

在第一个棱镜 在第二个棱镜

• 振动 n_o \longrightarrow n_e (密 \longrightarrow 疏)

\updownarrow 振动 n_e \longrightarrow n_o (疏 \longrightarrow 密)

一道习题 $\alpha=15^\circ$, $n_o=1.65836$, $n_e=1.48641$,

算得 (\vec{r}_1, \vec{r}_2) 夹角 $\Delta\theta \approx 5^\circ 18'$

注意 o 振动与 e 振动的命名仅在晶体中才有意义。一旦离开晶体，进入各向同性介质，就无所谓了。

—— 两束光 该分就分 该合就合。

● 波晶片

(1) 一般描述

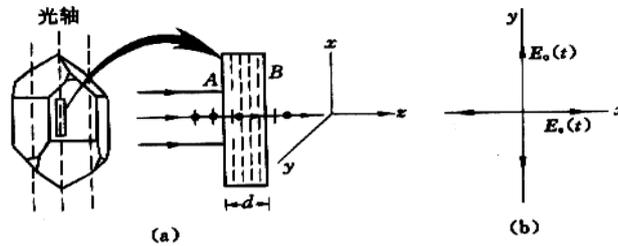


图 8-26 波晶片

切割方式：厚度均匀，光轴平行界面。

使用条件：平行光正入射。

实际应用：旨在改变两个正交光扰动之间的相位差 —— **光学相移器**

(2) 说明：相位变化

$$o \text{ 振动} \quad \varphi_o(B) = \varphi_o(A) - \frac{2\pi}{\lambda} n_o d.$$

$$e \text{ 振动} \quad \varphi_e(B) = \varphi_e(A) - \frac{2\pi}{\lambda} n_e d.$$

于是，出射点相位差

$$\varphi_o(B) - \varphi_e(B) = [\varphi_o(A) - \varphi_e(A)] + \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d$$

即 $\delta_{\text{出}} = \delta_{\lambda} + \delta'$ ，

其中，体内附加相位差

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d$$

注意 约定 $\delta = \varphi_o - \varphi_e$ ， $\varphi_y - \varphi_x$ 。

且 按物理上直接判定 \pm 号

—— 沿传播方向，相位逐点落后。

(3) 几种常用的波晶片

$\lambda/4$ 片、 $\lambda/2$ 片、 λ 片

(3.1) 当 $\delta' = -\pi/2$ 、 $-3/2\pi$ 、 $-5/2\pi$ 、... 负晶体如此，

或 $= +\pi/2$ 、 $+3\pi/2$ 、 $+5\pi/2$ 、... 正晶体如此，

写成 $\delta' = \pm(2k+1)\pi/2$ ， $k=0,1,2,\dots$

即 $\Delta n \cdot d = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}$ ， “ $\pi/4$ 片”

总之，对于 $\pi/4$ 片，其有效附加相位差为

$$\delta'_{\text{eff}} = \pm\pi/2,$$

这里 \pm 号，并不对应“正负”晶体。

(3.2) 当 $\Delta n \cdot d = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 时，“ $\lambda/2$ 片”

有 $\delta' = \pm(2k+1)\pi$ ， $k=0,1,2,\dots$

总之，对于 $\lambda/2$ 片，

$$\delta'_{\text{eff}} = \pi.$$

(3.3) λ 片 (全波片), 其厚度满足

$$\Delta n \cdot d = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

即 $\delta' = \pm 2k\pi,$

于是 $\delta'_{eff} = 0$

* 说明 $\pi/4$ 片, $\lambda/2$ 片

用于产生圆偏光、椭圆偏光, 或者用于改变光的偏振结构, 或者用作偏振系统中的鉴别元件。

而 λ 片, 具有理论分析意义。

● 晶体补偿器 —— 可调相位延迟器

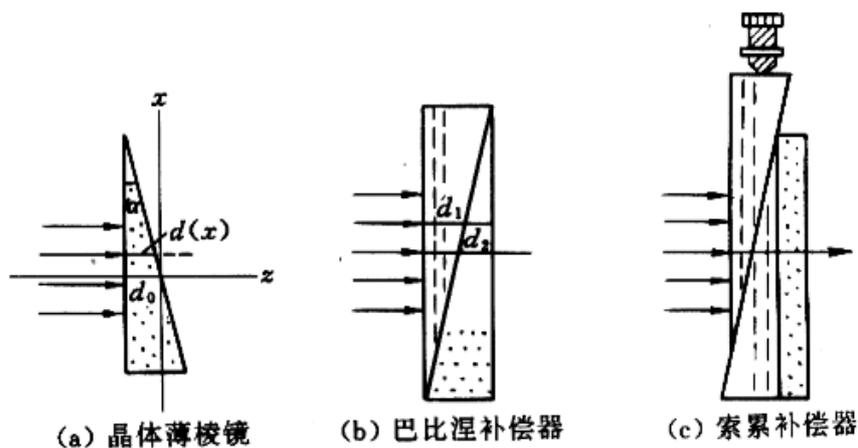


图 8-27 晶体补偿器

8.4 圆偏振光、椭圆偏振光的产生和检验

- 通过波晶片后的偏振态分析 • 圆偏振光的产生
- 区分圆偏振光与自然光 • 椭圆偏振光的产生
- 区分椭圆偏振光与部分偏振光

★ 回顾 & 复习

- (1) 五种宏观偏振态，分三组
线偏光；自然光&圆偏光；
部分偏振光&椭圆偏光
- (2) 两个正交振动的合成

$$\vec{E}_x(t) + \vec{E}_y(t) = \vec{E}(t)$$

$$\begin{cases} E_x(t) = A_x \cos \omega t \\ E_y(t) = A_y \cos(\omega t + \delta) \end{cases}$$

合成矢量端点的轨迹方程为

$$\frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - 2 \frac{E_x E_y}{A_x A_y} = \sin^2 \delta$$

其长短轴方位与数值为

$$A_{Max}^2 = \frac{1}{2}(I_x + I_y) + \frac{1}{2}\sqrt{I_x^2 + I_y^2 + 2I_x I_y \cos 2\delta},$$

$$A_{Min}^2 = \frac{1}{2}(I_x + I_y) - \frac{1}{2}\sqrt{I_x^2 + I_y^2 + 2I_x I_y \cos 2\delta},$$

$$\tan 2\theta_0 = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2} \cos \delta$$

($I_M + I_m = I_x + I_y$, 显然成立)

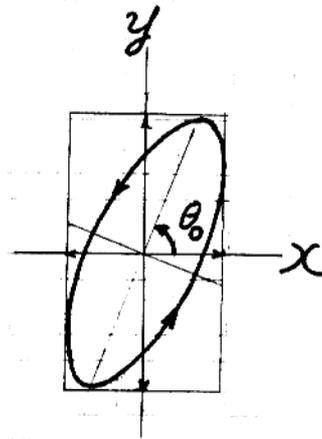


图 8-28

(3) 相位差 δ 决定椭圆形态

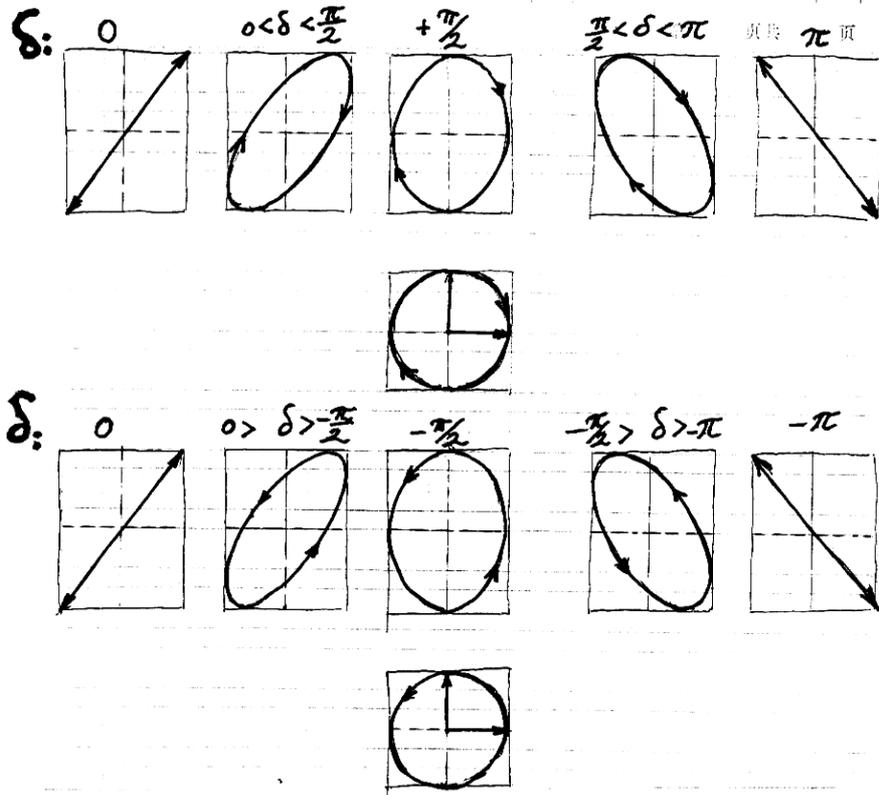


图 8-29

不过，当振幅之一为 0 值， $A_x = 0$ ，或 $A_y = 0$ ，
则相位差 δ 因素不起作用。

● 通过波晶片后的偏振态分析

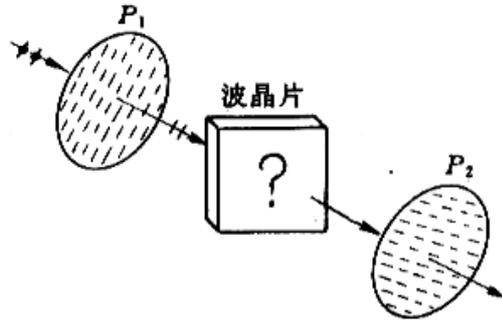


图 8-30 考察偏振光通过波晶片后的偏振态

$$\delta_{oe}(B) = \delta_{oe}(A) + \delta'_{oe} \quad \text{而} \quad \delta'_{oe} = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_e - n_o)d$$

	入射光偏振态	通过 +λ/4 片	通过 -λ/4 片		入射光偏振态	通过 +λ/4 片	通过 -λ/4 片
(a)				(f)			
(b)				(g)			
(c)				(h)			
(d)				入射光偏振态		通过 λ/2 片	
(e)				(i)			
				(j)			

图 8-31 偏振光通过波晶片后的偏振态

*两个正交偏振片之间，波晶片取向的**两个特例**：

(1) 晶片光轴 $\parallel \vec{P}_1$ (透振方向)，最终依然消光；

(2) 晶片光轴 $\perp \vec{P}_1$ (透振方向)，最终依然消光。

实验：

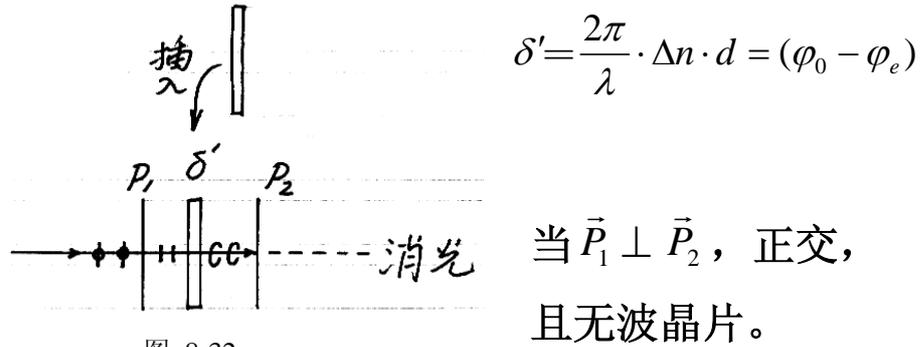


图 8-32

尔后，插入 波晶片 一般 不消光；

旋转 波晶片 一周内 出现四次消光。

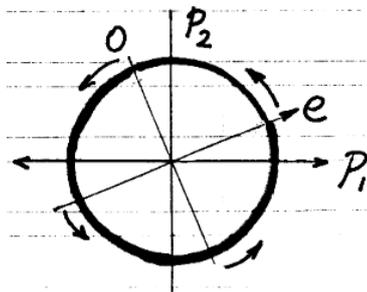


图 8-33

推断，依然消光时，

只有(1) $\vec{e} \parallel \vec{P}_1$ 或 (2) $\vec{e} \perp \vec{P}_1$ ，两种可能。

解决了：实际上元件不标明 \vec{e} 方向、 \vec{P} 方向，

人们却能确定两者的相对空间取向。

● 圆偏振光的产生

基于此，再旋转波片 $\pi/4$ 角度（顺时针或逆时针），可获得 $A_e = A_o$ ，等振幅；

只要再初选用 $\pi/4$ 片插入，以获得 $\delta' = \pm\pi/2$ ，两者合成 $\vec{E}_e(t) + \vec{E}_o(t)$ ，便成为一个

圆偏振光

* 若选用 $\pi/4$ 片，而避开“ $\pi/4$ 转角”，便可产生一个 正椭圆偏振光 相对于 (\vec{o}, \vec{e}) 坐标架。

* 圆偏振光发生器

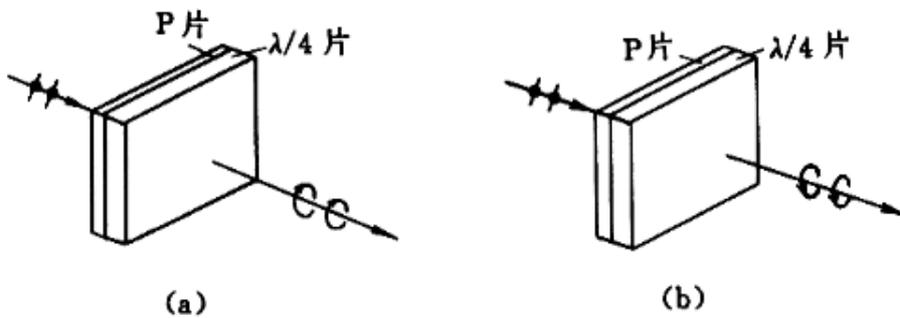


图 8-34 圆偏振器。(a) 右旋圆偏振器，(b) 左旋圆偏振器

● 如何区分 自然光与圆偏振光？

要借助 一个偏振片、一个 $\pi/4$ 波晶片

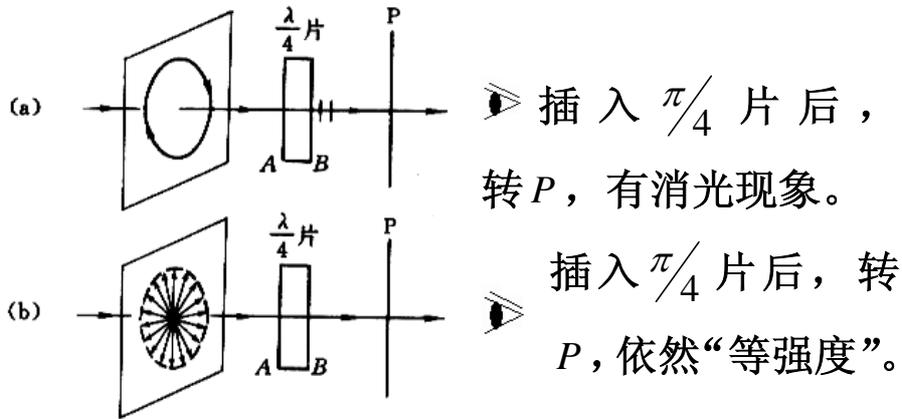


图 8-35

说明 (b)：入射态 (A)

出射态 (B)

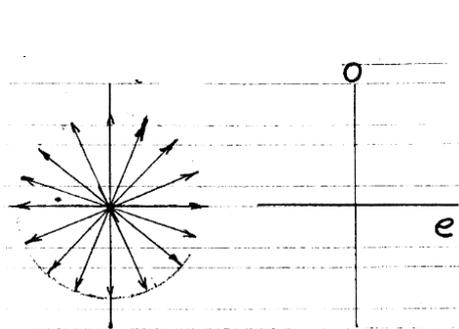


图 8-36

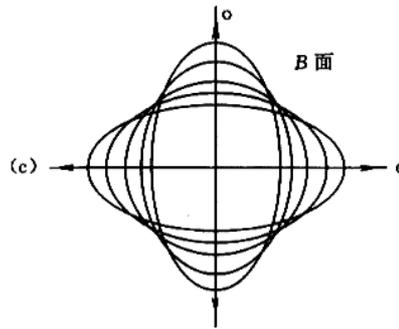


图 8-37

线偏振集合 ←—— 微观上 ——→ 椭圆光集合

属于同一宏观态

自然光

- 如何区分 部分偏振光与椭圆偏振光？
(详见书 P.402 - 403)

需要借助 两个偏振片 和 一个 $\pi/4$ 片。

该实验方法之关键：

如何使入射的椭圆偏振光成为一个正椭圆偏振光（在波晶片的 (\vec{e}, \vec{o}) 坐标架看来）。

8.5 偏振光干涉

- 偏振光干涉装置和现象
- 偏振光干涉概念和方法
- 例题 1——计算偏振光干涉系统输出光强
- 显色偏振和偏振滤光器
- 例题 2——利奥滤光器晶片厚度的选择
- 偏振光干涉条纹——楔形晶片
- 光测弹性
- 会聚偏振光干涉

● 基本装置

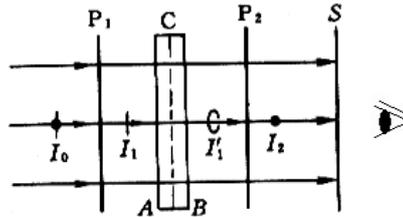


图 8-38 偏振光干涉装置. P_1, P_2 为线偏振器, 通常两者正交; C 为波晶片或各向异性样品; S 为接收屏(x, y)面

典型现象

- (1) 转动 P_2 , 一般情形, I_2 随之变化。
- (2) 白光入射, 出现色彩; P_2 转动, 色彩变化,
- (3) 非均匀的各向异性样品置于其间, 则出现干涉花样、彩色图样、图样色变。

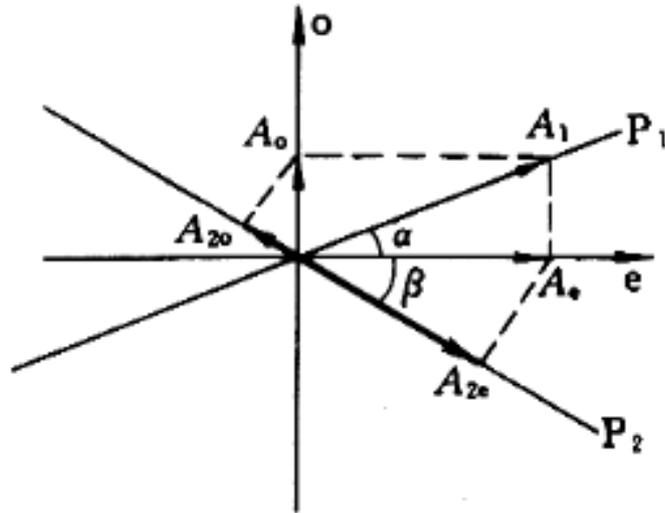
两组问题

	P_1	A	B	P_2
偏振态变化	自然光	线偏光	不定?	线偏光
光强变化	I_0	$I_1 = \frac{I_0}{2}$	$I_1' \approx I_1$ 忽略损耗	I_2 不定?

可见, 难点分明。

我们 正是选择 偏振光干涉法 求 I_2 。

● 偏振光干涉 概念与方法



| 图 8-39 用干涉法求解输出光强

(1) 扰动 $\vec{A}_1 \parallel \vec{P}_1$ ，一次分解为 \vec{A}_e ， \vec{A}_o ；再一次分解（投影）为 $(\vec{A}_{2e}, \vec{A}_{2o}) \parallel \vec{P}_2$ 。

(2) 两个扰动满足相干条件：

“同方向”条件，由第二个偏振片 P_2 给以保证；

“稳定的相位关系”，由第一个偏振片 P_1 得以保证，如果自然光入射。

须知，自然光

其两个正交振动是无稳定相位差的。

“同频”——来自同一光源同一谱线。

(3) 输出光强 I_2 ——相干强度

$$I_2 = A_2^2 = A_{2e}^2 + A_{2o}^2 + 2A_{2e} \cdot A_{2o} \cos \delta_2,$$

(3.1) 振幅关系 $A_{2e} = A_1 \cos \alpha \cdot \cos \beta$

$$A_{2o} = A_1 \sin \alpha \cdot \sin \beta.$$

注意: $A_1^2 = I_1 = \frac{1}{2} I_o$

(3.2) 相位差分析

$$\delta_2 = \delta_A + \delta' + \delta''$$

其中

δ_A 入射面 A. o 振动与 e 振动 相位差.
若线偏振入射, $\delta_A = 0$ 或 π ;
若别的偏振态入射, $\delta_A =$ (具体分析);
 $\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \cdot d$, 各向异性 体内附加相位差;
 δ'' 是正交轴 (\vec{o}, \vec{e}) 向 P_2 方向投影引起的, 它
只有两种可能 (取值)

$$\delta'' = \begin{cases} 0, & \vec{o}, \vec{e} \text{ 投影方向一致;} \\ \pi, & \vec{o}, \vec{e} \text{ 投影方向相反。} \end{cases}$$

于是

$$I_2 = I_1(\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \cdot \cos \delta_2)$$

可见 $I_2(\alpha, \beta, \delta_2)$

● 例题 $\alpha = \beta = \pi/4$,

$$\text{有 } I_2 = \frac{1}{2}(1 + \cos \delta_2)I_1,$$

这有两种情况:

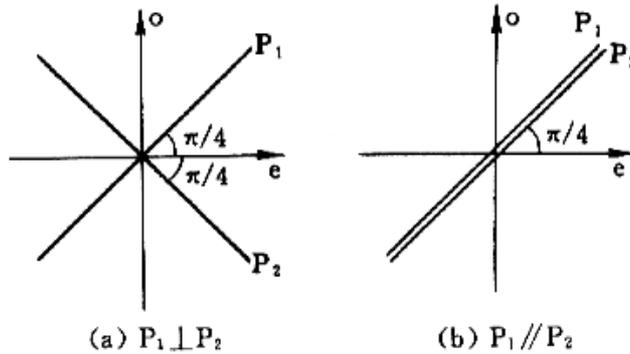
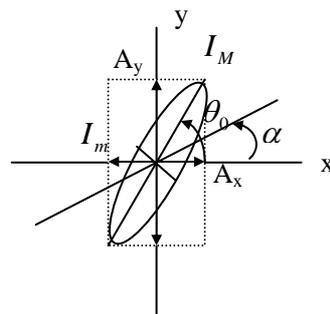


图 8-40 例题 1——求偏振光干涉系统输出光强

	$P_1 \perp P_2$	$P_1 // P_2$
	$\delta_2 = 0 + \delta' + \pi$	$\delta_2 = 0 + \delta' + 0$
	$I_2 = \frac{I_1}{2}(1 - \cos \delta')$	$I_2 = \frac{I_1}{2}(1 + \cos \delta')$
若 $\lambda/4$ 片, $\delta' = \pm \pi/2$	$I_2 = \frac{1}{2} I_1$	$I_2 = \frac{1}{2} I_1$
若 $\lambda/2$ 片, $\delta' = \pi$	$I_2 = I_1$	$I_2 = 0$
若 λ 片, $\delta' = 0$	$I_2 = 0$	$I_2 = I_1$
$2\lambda/3$ 片, $\delta' = 4\pi/3$	$I_2 = \frac{3}{4} I_1$	$I_2 = \frac{1}{4} I_1$

* 偏振光干涉法被用以确定
斜椭圆的长短轴取向，及其光强 I_M 与 I_m 。

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos \omega t, \\ E_y = A_y \cos(\omega t + \delta) \end{cases}$$



已知: I_x 、 I_y 、 δ ，求: θ_0 、 I_M 、 I_m ，

解: 用偏振光干涉方法求 $I(\alpha)$ ，

$$\text{令 } \frac{dI(\alpha)}{d\alpha} = 0,$$

图 8-41

$$\text{结果 } \tan 2\theta_0 = \frac{2\sqrt{I_x I_y}}{I_x - I_y} \cos \delta$$

$$I_M = \frac{1}{2}(I_x + I_y) + \frac{1}{2}\sqrt{I_x^2 + I_y^2 + 2I_x I_y \cos 2\delta},$$

$$I_m = \frac{1}{2}(I_x + I_y) - \frac{1}{2}\sqrt{I_x^2 + I_y^2 + 2I_x I_y \cos 2\delta}$$

具体计算:

$$\begin{aligned} I(\alpha) &= I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha + \sqrt{I_x \cdot I_y} \cdot \sin 2\alpha \cos \delta \\ &= \frac{1}{2}I_x(1 + \cos 2\alpha) + \frac{1}{2}I_y(1 - \cos 2\alpha) + \sqrt{I_x I_y} \sin 2\alpha \cos \delta \\ &= \frac{1}{2}(I_x + I_y) + \underbrace{\frac{1}{2}(I_x - I_y)}_a \cos 2\alpha + \underbrace{\sqrt{I_x I_y} \cos \delta}_b \sin 2\alpha \\ &= \frac{1}{2}(I_x + I_y) + \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \cos(2\alpha - \varphi), \quad \varphi = \tan^{-1} b/a. \end{aligned}$$

于是，当 $\begin{cases} \alpha = \varphi/2 \text{ 时，有 } I_M, \text{ 上述结果;} \\ \alpha = \varphi/2 \pm \pi/2 \text{ 时，有 } I_m, \text{ 上述结果。} \end{cases}$

上述例题的典型意义:

它是分析随后出现的各种偏振光干涉现象的基础，为理解那些问题提供一个基本的物理图像。

● **显色偏振 (chromatic polarization)**

突出 δ_2 变量, $I_2(\alpha, \beta, \delta_2)$,

其中, $\delta_2 = \delta_A + \delta' + \delta''$,

其中, $\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \cdot d$

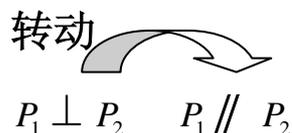
几何厚度 d (与波长无关)

折射率之差 $\Delta n = (n_e - n_o)$, 随波长变化甚小, 忽略这一影响。

于是 $\delta' \propto \frac{1}{\lambda}$.

(说到底, 是相位差决定干涉项)

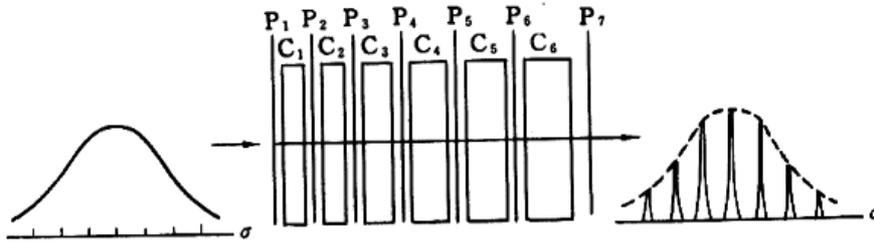
白光入射:



紫 $\lambda = 400nm$ 若 $\delta' = 2\pi \sim \lambda$ 片 \longrightarrow 紫消 紫强
 黄 $\lambda = 600nm$ 有 $\delta' = 4\pi/3 \sim \frac{2\lambda}{3}$ 片 \longrightarrow 黄中+ 黄中-
 红 $\lambda = 800nm$ 有 $\delta' = \pi \sim \frac{\lambda}{2}$ 片 \longrightarrow 红强 红消

色调变化

* 偏振滤光器 —— 利奥滤色器 (*Lyot filter*)



* 图 8-42 利奥滤光器

$$A_1 \rightarrow [p_1 \cdot c_1 \cdot p_2 \cdot c_2 \cdot \dots \cdot p_6 \cdot c_6 \cdot p_7]$$

$$\rightarrow A_7 = A_1 \cos \frac{\delta_1}{2} \cdot \cos \frac{\delta_2}{2} \dots \cos \frac{\delta_6}{2}$$

$$\delta_6 = 2\delta_5 = 2^2 \delta_4 = 2^3 \delta_3 = 2^4 \delta_2 = 2^5 \delta_1,$$

$$\delta_1 = 2\pi d_1 \Delta n \frac{1}{\lambda} = 2\beta_1,$$

$$\beta_1 = \pi d_1 \Delta n \frac{1}{\lambda}.$$

这输出光振幅 A_7 之连乘积可并和为

$$A_7 = A_1 \frac{1}{N} \cdot \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}, \quad N = 2^6.$$

于是，在谱空间——以波数 $1/\lambda$ 为横坐标，显现

若干离散的尖脉冲——**选频效应**。

● 偏振光干涉条纹

产生于 既“各向异性”又“非均匀”情形，

$$I_2(\delta_2(x, y))$$

楔形晶片

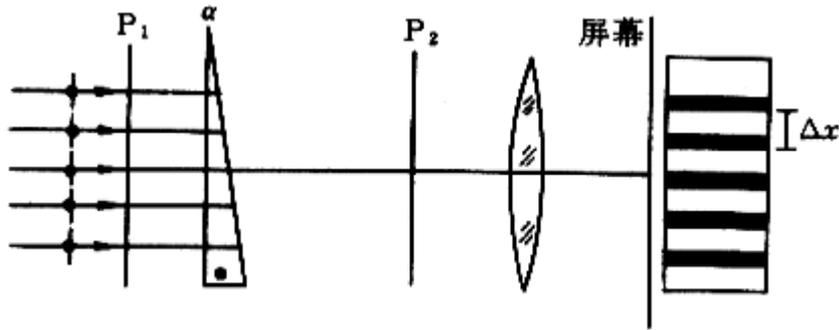


图 8-43

水晶	且转动	$P_2 \perp P_1 \rightarrow P_2 \parallel P_1$
$(n_o < n_e)$	有	亮纹 \rightarrow 暗纹
		暗纹 \rightarrow 亮纹

理解：楔形 厚度连续变化 $d(x)$ ，

$$\text{于是 } \delta'(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta n \cdot d(x)$$

这相当于有些厚度 $\sim \lambda/4$ 片， $\sim \lambda/2$ 片， $\sim \lambda$ 片，...

条纹间距 Δx 满足 $\Delta \delta' = 2\pi$

$$\text{即 } \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta n \cdot \Delta d(x) = 2\pi,$$

又，几何关系 $\Delta d = \alpha \cdot \Delta x$ ，

$$\text{得 } \Delta x = \frac{\lambda}{\alpha \Delta n}, \longrightarrow \text{测量 } \Delta x,$$

定出 Δn .

● 进一步理解：

如果，无 P_2 ，则无条纹。

在楔形晶片 \longrightarrow 偏振片 P_2 之空间中

出现什么场景（光场）？

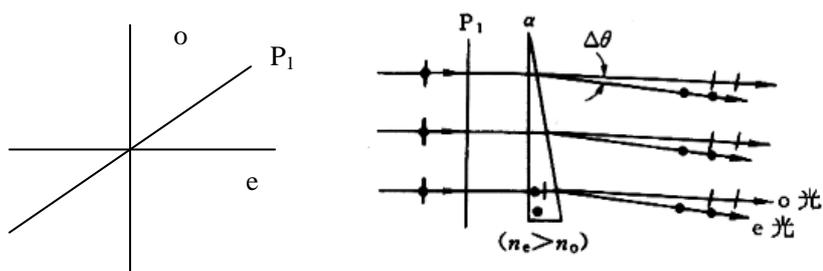


图 8-44

存在 两束平行光，

不同传播方向， $\Delta\theta$ 小角；

不同线偏振方向，几乎正交；

故非相干，如果没有 P_2 。

有偏振片 P_2 ，实现了两束平行光的干涉，

回忆“条纹间距”公式，

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2}, \quad \text{小角近似 } \Delta x \approx \frac{\lambda}{\Delta \theta}.$$

目前 $\Delta \theta = \theta_e - \theta_o = (n_e - 1)\alpha - (n_o - 1)\alpha = (n_e - n_o)\alpha$ ，

即

$$\Delta x = \frac{\lambda}{(n_e - n_o) \cdot \alpha}$$

● 光测弹性 (*photoelasticity*)

用偏振光干涉花样 测试

各向异性的非均匀性 $\Delta n(x, y)$

—— 体现了透明模板内部应力分布

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Delta n(x, y) \cdot d = \delta'(x, y) \leftrightarrow I_2(x, y)$$

应用工程结构 • 模型 • 模拟实验

* 偏振干涉仪 也被用于显示

各向同性介质 (样品) 的非均匀性:

火焰气流、风洞气流。

* 偏光显微镜

● 会聚偏振光干涉 (详见书 P. 411 - 413)

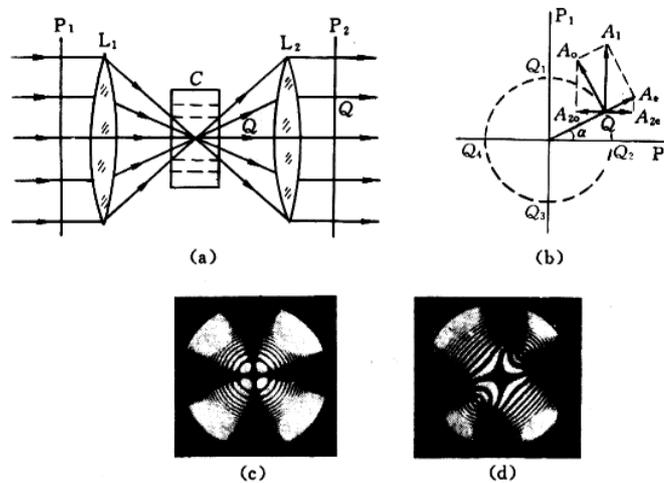


图 8-45 会聚偏振光干涉装置和图样。(a) 光路布局, (b) 定量说明, (c) 单轴晶体方解石干涉图样, 晶体表面垂直光轴, (d) 双轴晶体霞石干涉图样, 晶体表面垂直两条光轴的分角线

8.6 旋光性

- 旋光现象和规律 • 旋光晶体中的波面 • 旋光性的说明
- 菲涅耳复合棱镜和科纽棱镜 • 法拉第效应——磁致旋光
- 磁致旋光的经典解释 • 旋光性与生物活性

● 石英的旋光现象

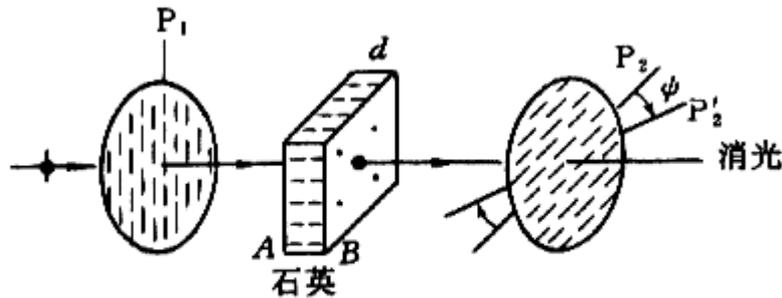


图 8-46 旋光性实验演示

$P_1 \perp P_2$, $I_2 \neq 0$, 不消光,

转 P_2 , ψ 角度, 却再现消光, $I_2 = 0$.

这说明: 从石英晶片出射的依然是线偏振光,
其偏振面却有了旋转。

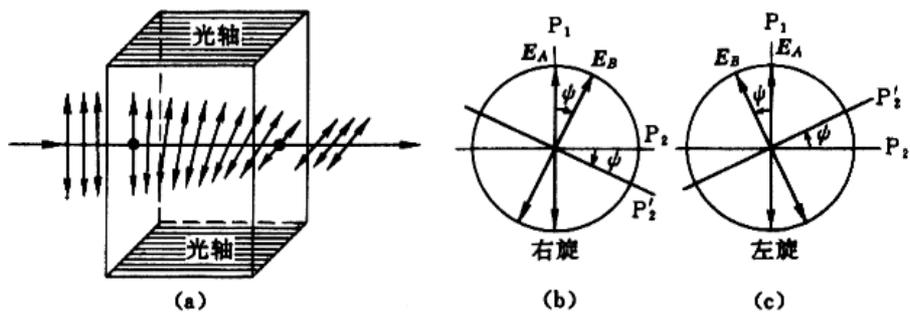


图 8-47 旋光物质中偏振面的旋转

*** 实验规律**

(1) $\psi \propto d$,

固体 $\psi = \alpha d$, 旋光率 α (度/mm);

液体 $\psi = [\alpha]Nd$, 糖溶液 “量糖术”

比旋光率 $[\alpha]$ (度/(g·cm⁻³·dm)).

(2) 旋光色散 重量浓度 $N(\frac{g}{cm^3})$

$$\alpha \propto \frac{1}{\lambda^2}.$$

(3) 自然旋光性与光的传播方向无关

—— 可逆性, “往返复原”。

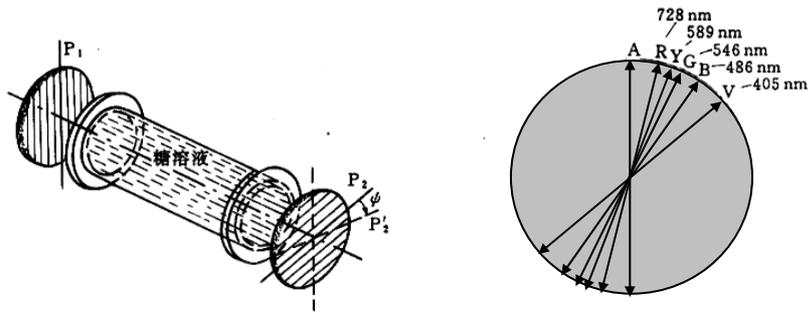


图 8-48 量糖计

图 8-49 通过 1 mm 厚水晶片各色光偏振面之转角.
A—红外, R—红, Y—黄, G—蓝, B—青, V—紫

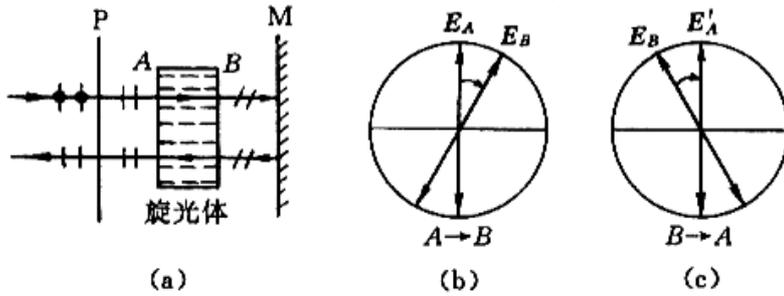


图 8-50 自然旋光的可逆性

于是 $\vec{E}'_A = \vec{E}_A$, 照样通过偏振片 P 。

● 旋光晶体中的波面 (Σ_R, Σ_L)

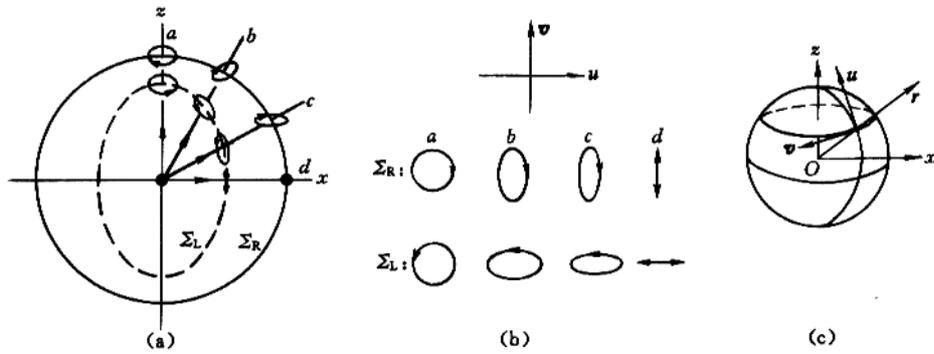


图 8-51 旋光晶体中的波面(对于右旋正晶体)

球坐标架上局部

正交矢

$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{r})$

\vec{u} : 子午面切线方向,

\vec{v} : 纬度面切线方向。

$(\vec{z}, \vec{u}, \vec{r})$ 共面

—— 主平面.

外波面 (快波面)

其椭圆偏光的

长轴 \perp 主平面;

内波面 (慢波面),

其椭圆偏光的

长轴 \parallel 主平面.

● 旋光性的说明

(1) 对于旋光晶体，沿其光轴方向的两个特征振动是 左旋、右旋圆偏振光， $\vec{E}_L(t)$ 、 $\vec{E}_R(t)$ ；于是 入射的线偏振光，应当被分解为

$$\vec{E}_L(t) \text{ 与 } \vec{E}_R(t).$$

$$\begin{aligned} \text{即 } \vec{E}(t) &= \vec{E} \cos \omega t \\ &= \vec{E}_L(t) + \vec{E}_R(t), \end{aligned}$$

$$\begin{cases} E_R = E_L = E/2, \\ \omega_R = \omega_L = \omega. \end{cases}$$

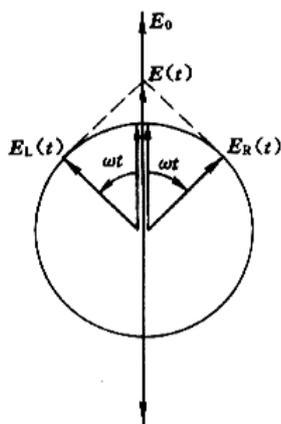


图 8-52 线偏振被分解为左旋和右旋圆偏振

任何时刻

$\vec{E}_R(t)$ 与 \vec{E}_L 之夹角的平分线方向，即为 合矢量 $\vec{E}(t)$ 的偏振方向。

(2) 它俩 在晶体中传播速度各不相同，

$$v_R \neq v_L,$$

或
$$n_R = \frac{c}{v_R} \neq n_L = \frac{c}{v_L},$$

于是，光程不等，

$$n_R \cdot d \neq n_L \cdot d$$

相位落后值不同，

$$\varphi_R(B) = \varphi_R(A) - \frac{2\pi}{\lambda} n_R d,$$

$$\varphi_L(B) = \varphi_L(A) - \frac{2\pi}{\lambda} n_L d$$

(3) 对于圆偏振光 相位滞后 意味着什么？

这涉及 圆偏振光传播的空间图像。

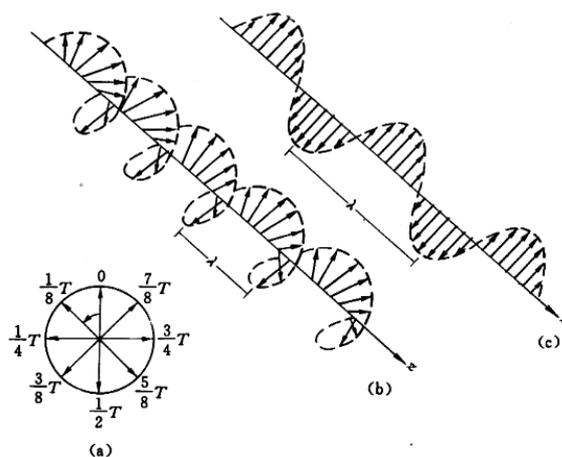


图 8-53 圆偏振光波列的空间图像。(a) 左旋圆偏振光矢量随时间变化 $E(t)$ 在 $z=z_0$ 处，(b) 左旋圆偏振光矢量随空间分布 $E(z)$ 在 $t=t_0$ 时刻，呈现右旋螺旋线状，(c) 线偏振光空间波列图像作为参考

总之，

相位落后 \longleftrightarrow 角度倒退

(指 同一时刻 圆偏振光的空间图像)

(4) 解释了 旋光现象

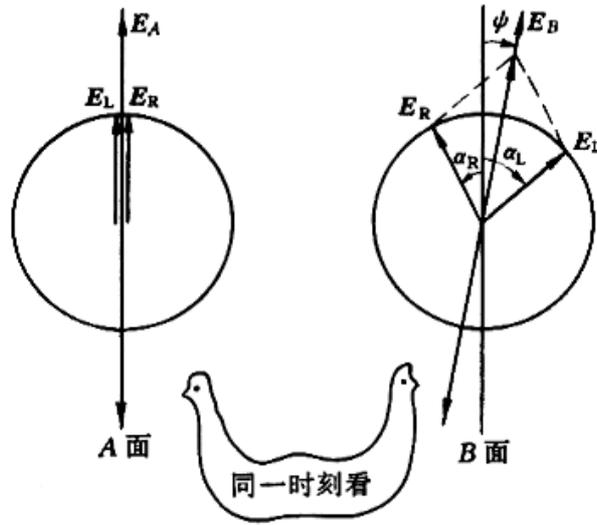


图 8-54 说明旋光性

设 R 光为快光，

有 $\alpha_L = \frac{2\pi}{\lambda} n_L d$ (右转); $\alpha_R = \frac{2\pi}{\lambda} n_R d$ (左转); $n_L > n_R$,

合成结果，电矢量空间转角为

$$\text{右旋} \quad \psi_R = \frac{1}{2}(\alpha_L - \alpha_R) = \frac{\pi}{\lambda}(n_L - n_R)d,$$

$$\text{反之，左旋} \quad \psi_L = \frac{1}{2}(\alpha_R - \alpha_L) = \frac{\pi}{\lambda}(n_R - n_L)d.$$

总之，

右(左)旋晶体中，右(左)旋光传播速度快。

从而，

▲论证了实验结果 $\psi \propto d$ ；

▲推断出 旋光率 $|\alpha| = \frac{\pi}{\lambda} |n_R - n_L|$

注意 在旋光晶体内部 ——

处处依然是 线偏振光，

只不过，线偏振方向逐点偏转；

同时，线偏振之间有相位差。对此

仔细理论计算表明（沿 z 方向传播），

$$\varphi(z) = \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda_0} \bar{n} \cdot z,$$

$$\bar{n} = \frac{1}{2}(n_L + n_R).$$

● 费涅耳复合棱镜

—— 费氏旋光理论的直接证实

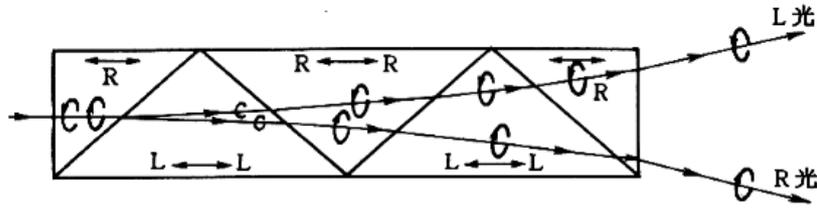


图 8-55

左、右旋 石英 棱镜
交替串接

理解（要点）

对于 R 棱镜， R 旋光为快光，

$$n_R < n_L;$$

对于 L 棱镜， L 旋光为快光，

$$n'_L < n'_R;$$

而旋光异构体，数值上 $n'_L = n_R$ ， $n'_R = n_L$ ，

于是，

$$\left\{ \begin{array}{l} R \text{ 旋光, 从 } n_R \xrightarrow{R/L} n'_R, \text{ 从光疏} \rightarrow \text{光密}; \\ \text{再从 } n'_R \xrightarrow{L/R} n_R, \text{ 从光密} \rightarrow \text{光疏}; \\ \text{结果, } R \text{ 旋光越来越偏向下方,} \\ L \text{ 旋光 (照此分析)} \end{array} \right.$$

结果， L 旋光越来越偏向上方。

● 磁致旋光 (*Faraday on magneto-optics effect*)

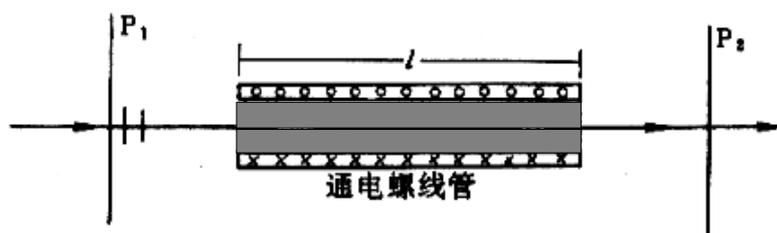


图 8-56 磁致旋光实验装置

首先, 1845 年, 发现 强磁场/玻璃 有这种效应。

实验规律 ——

(1) 转角 $\Psi \propto B \cdot l$, $\Psi = VBl$

其中 维尔德常数 V (度/Gs·cm)

表 8.1 磁致旋光的韦尔代常数 (对钠黄光 5893Å 而言)

物 质	温度 $t/^\circ\text{C}$	$V/(\text{度}) \cdot \text{T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
水	20	1.31×10^4
磷酸冕牌玻璃	18	1.61×10^4
轻火石玻璃	18	3.17×10^4
二硫化碳	20	4.23×10^4
磷	33	13.26×10^4
水晶(与轴垂直)	20	1.66×10^4
丙酮	15	1.109×10^4
食盐	16	3.585×10^4
乙醇	25	1.112×10^4
二氧化碳		9.39
空气(1 标准大气压)	0	6.27
$\text{NH}_4\text{Fe}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$		-5.8×10^2

(2) 一般为左旋, 当 $\vec{B} \parallel \vec{r}$, 个别为右旋。

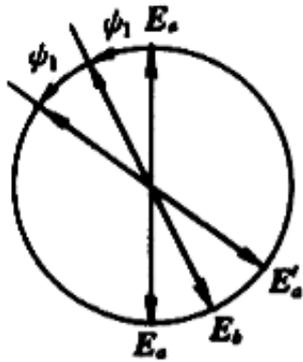
(3) 法拉第磁致旋光的“不可逆性”:

若 $\vec{r} \parallel \vec{B}$, 产生左旋,

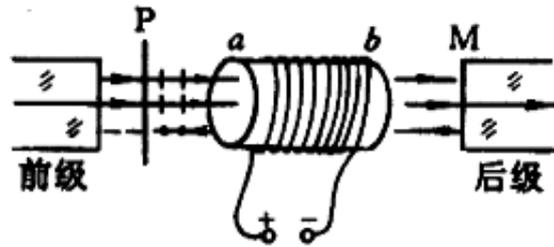
则 $\vec{r} \parallel (-\vec{B})$, 反平行时, 便是右旋。

这一性质与自然旋光不同。

▲磁光隔离器（应用<3>性质）



(a) 旋转角度加倍



(b) 磁光隔离器

图 8-57 磁致旋光的不可逆性

若 $a \rightarrow b$ ，左旋； $b \rightarrow a$ ，则右旋。

于是 来回往返、偏振面偏转角度

$$\Psi = 2\psi_1.$$

调整 B （高斯数）， l （螺线管长度），

使 $\psi_1 = 45^\circ$ ，则 $\Psi = 90^\circ$ 。

与透振方向正交，无法通过 P ，起了“**光学隔离器**”的作用。比如，应用于

激光打靶核聚变 —— 多级光放大，为避免因介质棒端面反射，引起的后级对前级的反馈，在系统中间加若干个 **法拉第圆筒**，使系统单向畅通放大，以保护用于光放大的晶体棒（YAG 钕钇石榴石）。

● 磁致旋光的微观解释

(经典电子论的粗略说明)

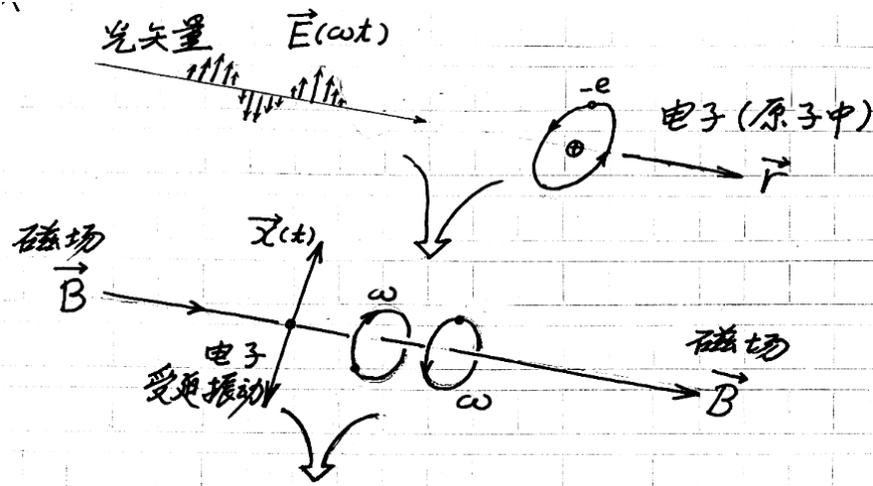


图 8-58

在 \vec{B} 导致的洛伦兹力 $\vec{f} = (-e)\vec{v} \times \vec{B}$ 作用下，电子的左旋、右旋角速度将有微小变化，

$$\omega_L = \omega + \Delta\omega, \quad \omega_R = \omega - \Delta\omega,$$

分别激发左旋、右旋光波（次波），

由于色散效应， $n(\omega)$ ，有两条色散曲线

$$n_L(\omega) \neq n_R(\omega)$$

$$n_L < n_R \quad (\text{一般如此})$$

即 传播速度 $v_L > v_R$ ，

从而 造成 偏振面旋转

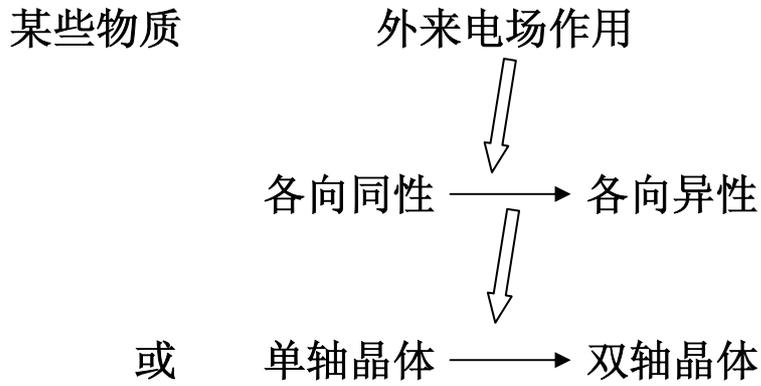
$$\Psi_L = \frac{\pi}{\lambda}(n_R - n_L) \cdot l$$

法拉第效应与塞曼效应 有密切关系。

● 旋光性与生物活性（详见书 423—424 页）

8.7 电光效应 (*electro-optic effect*)

- 克尔效应——平方电光效应 • 例题——克尔效应的半波电压
- 泡克耳斯效应——线性电光效应



● Kerr 效应 —— 平方电光效应

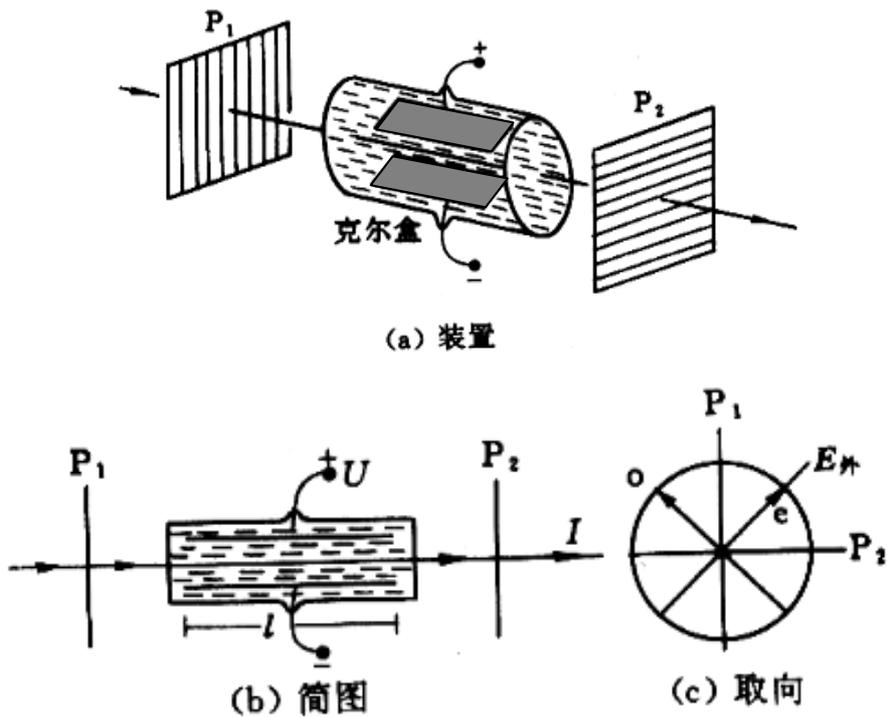


图 8-59

实验上发现

{ 电压 $U = 0$ ，有 $I = 0$ ，液体各向同性。
若 $U \neq 0$ ，直流高压，有 $I \neq 0$ ，液体各向异性。

其等效光轴方向 $\vec{z} \parallel \vec{E}_{\text{外}}$ ，

且 $\Delta n \propto E^2$ ， $\Delta n = BE^2$ 。

于是 $\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} B l E^2$

引入 **Kerr** 系数 $K = \frac{B}{\lambda}$ ，

改写 $\delta' = 2\pi k l E^2$ ，

数值 $K \approx 10^{-12}$ (m/V^2)，

例如 $l = 5\text{cm}$ ， $d = 1\text{cm}$ ， $U = 10^4\text{V}$ ，

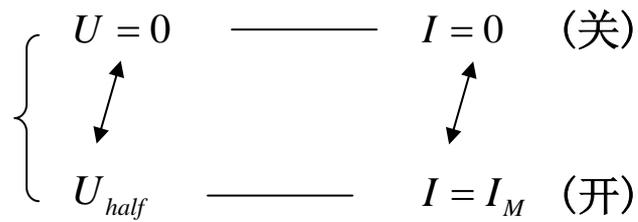
有 $\delta' = 0.1\pi$ 。

● 半波电压 U_{half} 满足 $\delta' = \pi$,

即 $U_{half} \approx \frac{d}{\sqrt{2kl}}$, 上例 $U_{half} \approx 3 \times 10^4 V$

应用于 (1) 光闸、高速开关,

迟豫时间极短 $\tau \sim 10^{-9}$ 秒.



(2) 电光调制

$$U(t) \text{ — } E(t) \text{ — } \delta'(t) \text{ — } I(t)$$

即 输出光强 $I(U(t))$, 根据需要设定 $U(t)$ 。

● Pockels 效应 —— 线性电光效应

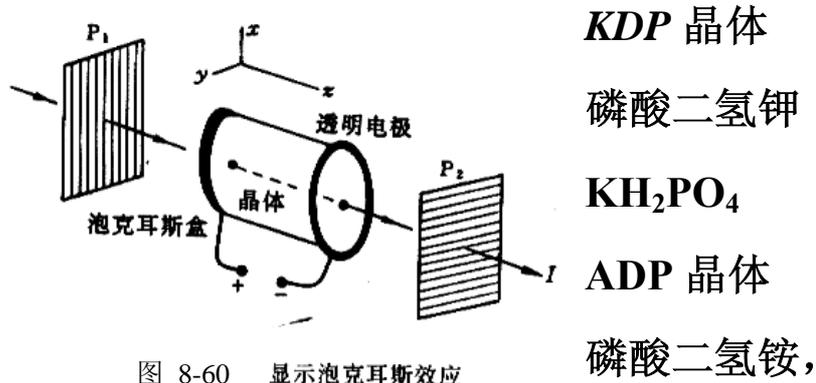


图 8-60 显示泡克耳斯效应

$P_1 \perp P_2$ 条件

$U = 0$ 时, $I_2 = 0$, 仍为单轴晶体,

$U \neq 0$ 时, $I_2 \neq 0$, 变为双轴晶体,

表现为

\vec{E}_x 、 \vec{E}_y 光扰动, 有不同的传播速度

$$n_x \neq n_y, \quad \Delta n = n_x - n_y,$$

实验发现 $\Delta n \propto E$

(线性, 电极倒向, Δn 变 \pm 号)

于是
$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \cdot d$$

$$\propto E \propto U$$

也可被应用于电光调制

$$I_2 = \frac{1}{2}(1 - \cos \delta')I_1 \xrightarrow{\vec{E}} I_2(E(t))$$

8.8 偏振的矩阵表示

• 偏振态的矩阵表示——琼斯矢量 • 偏振器的矩阵表示——

琼斯矩阵 • 例题——检验琼斯矩阵 • 结语

● 偏振态的矩阵表示 —— 琼斯矢量

光是一种横波，其光矢量 \vec{E} 在横平面上有两个自由度，相应地有两个正交分量 $E_x(t)$ 和 $E_y(t)$ ，它俩之间某种确定的振幅关系和相位关系对应着一种相干的偏振态 \mathcal{P} ，它可用一个二元矩阵表示之，

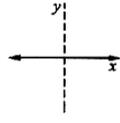
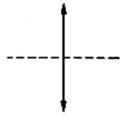
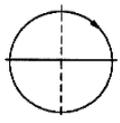
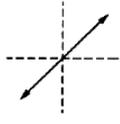
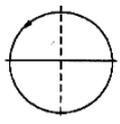
$$\mathcal{P} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x e^{i\omega t} \\ A_y e^{i(\omega t + \delta)} \end{bmatrix},$$

略去公因子 $e^{i\omega t}$ ，偏振态被简明地表示为

$$\mathcal{P} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y e^{i\delta} \end{bmatrix},$$

它亦称作琼斯矢量 (*Jones vectors*)，其中 δ 表示扰动 $E_y(t)$ 超前 $E_x(t)$ 的相位差。表 8.8 列出若干典型偏振态的琼斯矢量。

表 8.2

偏振态	琼斯矢量	偏振态	琼斯矢量
	$\mathcal{D}_{\parallel} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$		$\mathcal{D}_{-45^\circ} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
	$\mathcal{D}_{\perp} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$		$\mathcal{D}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$
	$\mathcal{D}_{45^\circ} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$		$\mathcal{D}_L \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$

● 偏振器的矩阵表示 —— 琼斯矩阵

凡改变光偏振态的器件统称为偏振器，它将入射光的偏振态 \mathcal{P}_1 改变为出射光的偏振态 \mathcal{P}_2 ，即

$$\mathcal{P}_1 = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} \longrightarrow \mathcal{P}_2 = \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix},$$

这一线性变换或操作可通过一个 (2×2) 矩阵 J 来完成，即

$$\mathcal{P}_2 = j \mathcal{P}_1,$$

$$\begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}.$$

矩阵 J 常称作琼斯矩阵 (*Jones matrix*)。此矩阵方程的展开式为一个二元线性联立方程

$$\begin{cases} A_2 = a_{11}A_1 + a_{12}B_1, \\ B_2 = a_{21}A_1 + a_{22}B_1. \end{cases}$$

(1) 线偏振器其透振方向沿 x 轴水平,

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{▬▬▬▬▬▬▬▬▬▬} \\ \hline \end{array} \Rightarrow J_{//} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) 线偏振器其透振方向沿 y 轴垂直,

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{▮▮▮▮▮▮▮▮▮▮} \\ \hline \end{array} \Rightarrow J_{\perp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3) 线偏振器其透振方向分别沿 $\pm 45^\circ$ 方向,

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{▨▨▨▨▨▨▨▨▨▨} \\ \hline \end{array} \Rightarrow J_{45^\circ} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{|c|} \hline \text{▩▩▩▩▩▩▩▩▩▩} \\ \hline \end{array} \Rightarrow J_{-45^\circ} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(4) $\lambda/4$ 波晶片其快轴沿 x 轴水平,

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{▧▧▧▧▧▧▧▧▧▧} \\ \hline \end{array} \Rightarrow J_{qx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$$

(5) $\lambda/4$ 波晶片其快轴沿 y 轴垂直,

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{▨▨▨▨▨▨▨▨▨▨} \\ \hline \end{array} \Rightarrow J_{qy} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$$

这里说, $\lambda/4$ 波晶片的快轴沿 x 轴, 指称 $E_x(t)$ 振动超前 $E_y(t)$ 振动 $\pi/2$; 若快轴沿 y 轴方向, 指称 $E_y(t)$ 振动超前 $E_x(t)$ 振动 $\pi/2$.

(6) 圆偏振发生器。

在光学技术中，常将线偏振片与 $\lambda/4$ 晶片叠在一起而形成一个圆偏振光发生器，只要组装时保证偏振方向与晶片光轴之夹角为 45° 。当然，在使用这圆偏振器时应将其偏振片面对入射光，这时的出射光必定是圆偏振光，不论入射光是何种偏振态，现在让我们导出圆偏振器的琼斯矩阵 J_R 和 J_L 。设圆偏振器中的偏振片为 J_{45° ，而 $\lambda/4$ 晶片的快轴在 y 轴方向，即其琼斯矩阵为 J_{qy} ，则它为右旋圆偏振器，表示为

$$J_R = J_{qy} \cdot J_{45^\circ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i & i \end{bmatrix}.$$

同理，得左旋圆偏振器的琼斯矩阵为

$$J_L = J_{qx} \cdot J_{45^\circ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -i & -i \end{bmatrix}.$$

以上两式的结果是按矩阵乘法规则而得来的。

两个矩阵乘法规则是

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21}) & (a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22}) \\ (a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21}) & (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22}) \end{bmatrix}$$

● 结语

以上例题旨在体现矩阵表示在分析偏振问题中的运用，它们并未充分表现出偏振矩阵表示的优越性。如果一偏振光 \mathcal{P}_1 先后通过 4 个偏振器，则出射光的偏振态表示为

$$\mathcal{P} = J_4 J_3 J_2 J_1 \cdot \mathcal{P}_1$$

即通过一次次的矩阵乘积运算而最终求得出射光的琼斯矢量，这可以由一个合适的计算元件在电脑中快速完成。这也许是偏振的琼斯矩阵表示法的一个主要优越性。